Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXI Egzamin dla Aktuariuszy z 1 października 2012 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 1 października 2012 r.

1. Rozważamy populację, w której rozkład trwania życia spełnia dla każdego wieku $x \geq 0$ równanie

$$E\big(T(x)\big) = e^{-kx}$$

gdzie $k \in (0,1)$ jest parametrem. Wówczas funkcja przeżycia $s(x)$ wyraża się wzorem

(A) $s(x) = Exp(\frac{1}{k} - kx - \frac{e^{kx}}{k})$

(B) $s(x) = Exp(\frac{1}{k} + kx - \frac{e^{kx}}{k})$

(C) $s(x) = Exp(-\frac{1}{k} + kx - \frac{e^{kx}}{k})$

(D) $s(x) = Exp(-\frac{1}{k} - kx - \frac{e^{kx}}{k})$

(E) żaden z powyższych wzorów nie jest uniwersalnie prawdziwy.

2. Rozważamy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie osoby w wieku 60 lat z populacji de Moivre'a z granicznym wiekiem 100 lat. Ubezpieczenie wypłaca rosnące świadczenie $Z(k+1) = S + B(k+1)$, na które składa się kwota bazowa $S = 100\,000$ oraz bonus na koniec k+1 roku ubezpieczenia $B(k+1)$. W momencie wystawienia polisy $B(0) = B$, a następnie bonus rośnie do poziomu $B(n) = a \cdot S + (1+b)B(n-1)$.

Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeżeli:

$S = 100\,000$ $B = 10\,000$ $a = 2\%$ $b = 4\%$ i=5%

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 70 780 (B) 70 860 (C) 70 920 (D) 70 980
(E) 71 060

3. Rozważmy następujące dwie polisy emerytalne dla kobiety w początkowym wieku (20). Polisa E1 polega na tym, że przez najbliższe 45 lat będzie ona płacić coroczną składkę w wysokości 1, a po dożyciu wieku 65 zacznie otrzymywać emeryturę dożywotnią w wysokości E_1 na początku roku.

Polisa E2 natomiast działa tak, że przez najbliższe 40 lat kobieta płaci coroczną składkę w wysokości 1, a po dożyciu wieku 60 zaczyna otrzymywać emeryturę dożywotnią, przy czym przez pierwsze 5 lat emerytura coroczna jest dwukrotnie mniejsza niż docelowa w wysokości E_2; pierwszą emeryturę w wysokości E_2 otrzyma dopiero w wieku 65.

Oblicz ${}^{E_2}/_{E_1}$. Dane są:

$$N_{20} = 680000, \qquad N_{60} = 42000, \qquad N_{65} = 25000.$$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,73 (B) 0,78 (C) 0,83 (D) 0,88
(E) 0,93

4. Osoba urodzona 2 kwietnia kupuje w wieku *x* lat (*x* jest liczbą całkowitą) rentę życiową, dającą wypłatę 10 000 zł każdego 2 stycznia, jednak nie więcej niż 20 kolejnych wypłat. Podaj jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeżeli:

$\ddot{a}_{x:\overline{20|}} = 5{,}880 \qquad q_x = 0{,}0420 \qquad {}_{20}q_x = 0{,}8840 \qquad i = 10\%$

Przyjmij, że śmiertelność ma jednostajny rozkład w każdym roczniku. Zwróć uwagę na dokładność obliczeń. Wskaż najbliższą wartość

(A) 51 210 (B) 51 240 (C) 51 270 (D) 51 300

(E) 51 330

5. Rozważmy 40-letnie ubezpieczenie na dożycie dla (25). Wiadomo, że

$$N_{25} = 513183, \qquad N_{65} = 24896 \qquad N_{66} = 22219.$$

Oblicz wewnętrzną stopę zwrotu z tego ubezpieczenia dla ubezpieczonego pod warunkiem, że dożywa wieku 65. Wskaż najbliższą odpowiedź.

(A) 6,17% (B) 6,41% (C) 6,65% (D) 6,89%
(E) 7,13%.

6. Rozważamy ciągły model ubezpieczenia ogólnego typu. Załóżmy, że dla dowolnych $0 \leq t_1 < t_2$ mamy

$$\pi^s(t_2) = \pi^s(t_1) \cdot e^{\delta(t_2 - t_1)}$$

gdzie δ oznacza techniczną intensywność oprocentowania. Wiadomo ponadto, że $\delta = 0{,}03$ oraz $\pi^s(0) = 0{,}37$. Oblicz $V(17)$. Wskaż najbliższą odpowiedź.

(A) 10,1 (B) 10,3 (C) 10,5 (D) 10,7
(E) 10,9

7. Rozpatrujemy dyskretny typ 25-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 100 000 dla osoby (50). Roczna składka brutto płacona jest na początku pierwszych 15 lat ubezpieczenia, raz w roku, na początku roku, w stałej wysokości.

Jednorazowe koszty wystawienia polisy wynoszą 3% sumy ubezpieczenia i są rezerwowane metodą Zillmera. Roczne koszty administracyjne wynoszą 8% sumy ubezpieczenia w pierwszym roku, a następnie 4% sumy ubezpieczenia w pozostałych latach ważności ubezpieczenia. Koszty administracyjne są ponoszone w czterech równych ratach kwartalnych, na początku kwartału.

Wyznacz rezerwę brutto po 10 latach ubezpieczenia, jeśli rezerwa netto wyniosła 24 180, a ponadto dane są:

$D_{50} = 7\,703$ $\quad D_{60} = 2\,601$ $\quad D_{75} = 363$

$N_{50} = 71\,068$ $\quad N_{52} = 56\,425$ $\quad N_{60} = 21\,067$ $\quad N_{65} = 10\,640$

$N_{75} = 2\,095$

$\alpha(4) = 1{,}0007$ $\quad \beta(4) = 0{,}39$.

Przyjmij, że śmiertelność ma jednostajny rozkład w ciągu każdego roku. Wskaż najbliższą wartość rezerwy brutto.

(A) 30 980 (B) 31 400 (C) 31 820 (D) 32 240
(E) 32 660

8. Rozważamy ubezpieczenie na życie dla niej (x) i niego (y). Wypłaci ono 1 w momencie pierwszej śmierci. Natomiast składka będzie płacona do pierwszej śmierci z odpowiednio dobraną stałą intensywnością netto $\bar{P}_{x:y}$. Oblicz przybliżoną wartość $\bar{P}_{x+\frac{1}{4}:y+\frac{1}{4}}$. Dane są

$\delta = 0{,}049;$ $\mu_x = 0{,}001;$ $\mu_y = 0{,}0025;$ $\bar{P}_{x:y} = 0{,}0224.$

Zakładamy, że ich życia są niezależne. Wskaż najbliższą odpowiedź.

(A) 0,02258 (B) 0,02274 (C) 0,02290 (D) 0,02306
(E) 0,02322

9. 10-letnia terapia obejmuje 5-letnią fazę intensywnego leczenia, a później 5-letni okres leczenia zachowawczego. W momencie przystąpienia do terapii pacjenci wykupują ubezpieczenie, które wypłaca – ale tylko pacjentom, którzy przeszli do fazy leczenia zachowawczego – 100 000 za śmierć w okresie terapii lub 10 000 za wyzdrowienie w okresie terapii. Świadczenia są wypłacane w momencie zdarzenia. Wyzdrowienie w dowolnej fazie terapii kończy ważność ubezpieczenia.

Dane na temat ubytków w fazie intensywnej terapii pochodzą z tablic niezależnych ubytków. Średnia (centralna) stopa wyzdrowień wynosi $m^{(w_1)} = 0{,}10$ rocznie, a intensywność śmiertelności $\mu^{(d_1)} = 0{,}15$ na rok. Wyzdrowienia mają w tej fazie jednostajny rozkład w ciągu roku.

Dane dla okresu leczenia zachowawczego uwzględniają wykluczanie się ubytków. Intensywność wyzdrowień jest stała i wynosi $\mu^{(w_2)} = 0{,}20$ rocznie, a intensywność śmiertelności $\mu^{(d_2)} = 0{,}05$ rocznie.

Podaj jednorazową składkę netto za to ubezpieczenia dla intensywności oprocentowania $\delta = 0{,}05$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 3 945 (B) 3 995 (C) 4 045 (D) 4 095
(E) 4 145

10. Rozpatrujemy ciągły model planu emerytalnego. Po osiągnięciu wieku emerytalnego 65 lat plan wypłaca emeryturę z roczną intensywnością 400 zł za każdy rok stażu w planie. Składka emerytalna, ustalona metodą *entry-age,* jest płacona ze stałą roczną intensywnością.

Wypadanie z planu przed wiekiem emerytalnym opisuje prawo de Moivre'a z granicznym wiekiem 120 lat. Jeśli wypadający otrzymują świadczenia, to są one finansowane z innych zasobów planu. Po przejściu na emeryturę uczestnicy wymierają według prawa de Moivre'a z granicznym wiekiem 95 lat.

Wyznacz wartość obecną przyszłych składek 50-letniego uczestnika, który przystąpił do planu w wieku 25 lat. Przyjmij $\delta = 0{,}04$.

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 11 830 (B) 12 360 (C) 12 890 (D) 13 420
(E) 13 950

LXI Egzamin dla Aktuariuszy z 1 października 2012 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ......Klucz odpowiedzi......................................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	B	
2	E	
3	A	
4	D	
5	B	
6	C	
7	A	
8	B	
9	C	
10	A	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.
♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.