

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LIX Egzamin dla Aktuariuszy z 12 marca 2012 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 12 marca 2012 r.

1. Rozważamy populację de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Wiadomo, że

$${}^o e_{x:\overline{30}|} = E(\min(T(x), 30)) = 20. \text{ Oblicz } x.$$

- (A) 40 (B) 45 (C) 50 (D) 55
(E) 60

2. Niech $\bar{A}_x(\delta, \mu)$ oznacza składkę jednorazową netto za polisę wypłacającą w chwili śmierci, obliczoną z użyciem technicznej intensywności oprocentowania $\delta > 0$ oraz przy rozkładzie trwania życia zaburzonym w stosunku do oryginalnego wg wzoru $\mu'_{x+t} = \mu_{x+t} + \mu$, gdzie parametr $\mu \geq 0$ nie zależy od wieku $x + t$.

Wówczas zachodzi wzór:

$$(A) \quad \bar{A}_x(\delta, \mu) = \frac{\delta}{\delta + \mu} \bar{A}_x(\delta + \mu, 0) + \frac{\mu}{\delta + \mu}$$

$$(B) \quad \bar{A}_x(\delta, \mu) = \frac{\mu}{\delta + \mu} \bar{A}_x(\delta + \mu, 0) + \frac{\delta}{\delta + \mu}$$

$$(C) \quad \bar{A}_x(\delta, \mu) = \frac{\delta}{\delta + \mu} \bar{A}_x(\delta + \mu, 0) + \frac{\delta}{\delta + \mu}$$

$$(D) \quad \bar{A}_x(\delta, \mu) = \frac{\mu}{\delta + \mu} \bar{A}_x(\delta + \mu, 0) + \frac{\mu}{\delta + \mu}$$

$$(E) \quad \bar{A}_x(\delta, \mu) = \bar{A}_x(\delta + \mu, 0) + \frac{\mu}{\delta + \mu}$$

3. Rozpatrujemy populację, w której w każdym roczniku śmiertelność ma jednostajny rozkład. Na życie (x) zawarto bezterminowe ubezpieczenie z sumą ubezpieczenia 100 000 wypłacaną na koniec kwartału, w którym nastąpiła śmierć. Składka netto jest płacona raz w roku, na początku każdego roku ubezpieczenia, w stałej wysokości P . Przy wypłacie świadczenia śmiertelnego jest zwracany aktuarialny ekwiwalent „nadpłaconej” składki za okres od momentu śmierci do końca roku wraz z technicznym oprocentowaniem za „zwłokę” w wypłacie zwracanej części składki.

Podaj składkę P , jeśli dane są $A_x = 0,15$ oraz $i = 10\%$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 1 662 (B) 1 670 (C) 1 678 (D) 1 686
(E) 1 694

4. Rozważmy dwie polisy emerytalne. W każdej z nich ubezpieczony (25) będzie płacił składkę w wysokości 1 na początku każdego roku, w formie renty życiowej 40-letniej. W przypadku polisy I przedwczesna śmierć powoduje, że składki przepadają i nie ma żadnego świadczenia dla rodziny, a w przypadku dożycia do wieku 65 zaczyna się wypłata emerytury dożywotniej w corocznej wysokości E_I . W przypadku polisy II rodzina dziedziczy zakumulowaną składkę w przypadku przedwczesnej śmierci, a w przypadku dożycia przez ubezpieczonego wieku 65 lat zaczyna on pobierać należną emeryturę dożywotnią w wysokości E_{II} na rok.

Oblicz $\frac{E_I}{E_{II}}$, jeżeli dane są

$$i = 4\%; \quad D_{25} = 36\,533 \quad D_{65} = 5\,108 \\ N_{25} = 760\,279 \quad N_{65} = 51\,349$$

- (A) 1,35 (B) 1,40 (C) 1,45 (D) 1,50
(E) 1,55

5. Rozważamy ubezpieczenie 40-letnie na życie i dożycie ze stałą sumą ubezpieczenia dla (x) wylosowanego z populacji wykładniczej o parametrze $\mu > 0$, które jest opłacane za pomocą ciągłej renty życiowej składek ze stałą intensywnością netto \bar{P} . Wiemy ponadto, że techniczna intensywność oprocentowania $\delta > 0$ spełnia warunek $\delta + \mu = 0,04$. Oblicz

$$\frac{\bar{V}(30)}{\bar{V}(20)}$$

gdzie $\bar{V}(t)$ oznacza rezerwę składek netto po t latach.

Wskaż najbliższą odpowiedź.

- (A) 1,6 (B) 1,7 (C) 1,8 (D) 1,9
(E) 2,0

6. Rozpatrujemy dyskretny model 25-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 10 000 zł. Roczna składka brutto w wysokości 738 zł jest płacona przez cały okres ubezpieczenia. Składka brutto zawiera stały narzut amortyzujący koszty początkowe poniesione w wysokości $\alpha\%$ sumy ubezpieczenia oraz narzut na bieżące koszty administracyjne w wysokości 8% składki brutto.

Dla jakiego poziomu α rezerwa brutto wyznaczona metodą Zillmera osiągnie na koniec drugiego roku ubezpieczenia po raz pierwszy wartość dodatnią? Dane są:

$$v = 0,95 \qquad q_x = 0,0350 \qquad q_{x+1} = 0,0375$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 6,425% (B) 6,550% (C) 6,675% (D) 6,800%
(E) 6,925%

7. Rozpatrujemy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie z sumą ubezpieczenia 10 000 zł. Po k latach ubezpieczenia rezerwa składek netto osiągnęła poziom 4 610 zł i zapłacono składkę netto za kolejny rok ubezpieczenia w wysokości 220 zł.

Przy założeniach technicznych $i = 4\%$ oraz $q_{x+k} = 0,02$ ubezpieczyciel kalkulował zerowy zysk techniczny na polisie aktywnej na początku $(k+1)$ -szego roku ubezpieczenia. Podaj zysk techniczny przypadający ubezpieczycielowi (na polisę jak wyżej według wartości na koniec $(k+1)$ -szego roku), jeśli osiągnął on w $(k+1)$ -szym roku oprocentowanie $i' = 6\%$ oraz odnotował śmiertelność $q'_{x+k} = 0,015$.

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 20,30 (B) 22,65 (C) 25,00 (D) 27,35
(E) 29,70

8. Rozpatrujemy populację z wykładniczym rozkładem czasu życia z parametrem $\mu = 0,02$ oraz ciągły model 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 10 000 zł i składką płatną przez cały okres ubezpieczenia ze stałą roczną intensywnością P .

Ubezpieczenie jest wystawiane na osoby pracujące. Ubezpieczenie zawiera jednorazową (tylko pierwszy przypadek bezrobocia) klauzulę bezzwrotnego zawieszania płatności składek w następujących sytuacjach:

- na 6 miesięcy, w momencie utraty pracy,
- na następne 6 miesięcy, jeśli stan bezrobocia trwa po 6 miesiącach od utraty pracy,
- na kolejne 6 miesięcy, jeśli stan bezrobocia trwa po roku od utraty pracy.

Dana jest intensywność zmiany stanu aktywnego (a) na stan bezrobocia (b) oraz analogiczna intensywność przejścia z bezrobocia w stan aktywny:

$$\mu_x^{ab} = 0,05 \qquad \mu_x^{ba} = 0,20 .$$

Stan bezrobocia nie zmienia śmiertelności.

Wyznacz składkę P w tym ubezpieczeniu dla $\delta = 0,04$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 480 (B) 485 (C) 490 (D) 495
(E) 500

9. Dane są wartości:

$$\delta = 0,04; \quad \mu_x = 0,01; \quad \mu_y = 0,02 \quad \bar{a}_x = 9 \quad \bar{a}_y = 6 \quad \bar{a}_{x:y} = 4$$

Oblicz przybliżoną wartość

$$\bar{a}_{\overline{x+\frac{1}{12}}:\overline{y+\frac{1}{12}}}$$

- (A) 10,90 (B) 10,92 (C) 10,94 (D) 10,96
(E) 10,98

10. Rozpatrujemy ciągły model planu emerytalnego typu “*Defined Contribution*”, w którym przez cały okres aktywności płacona jest składka ze stałą intensywnością C , a wysokość emerytury jest ustalana w momencie przejścia na emeryturę według zasad obowiązujących w ubezpieczeniu rentowym. Populacja uczestników planu emerytalnego jest populacją de Moivre’a z parametrem $\omega = 100$. W stanie aktywnym uczestnikom planu grozi odejście z planu z przyczyny innej niż śmierć ze stałą roczną intensywnością $\mu = 0,04$. Osobom, które umierają lub wychodzą z planu przed przejściem na emeryturę, plan zwraca składki wraz z technicznym oprocentowaniem.

Wszyscy uczestnicy wchodzi do planu w wieku 25 lat. Referencyjnym wiekiem emerytalnym jest 65 lat. Przy technicznym oprocentowaniu $\delta = 0,04$ podaj, o ile procent będzie wyższa intensywność rocznej emerytury osoby, która przejdzie na emeryturę w wieku 70 lat. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 38,25% (B) 39,00% (C) 39,75% (D) 40,50%
(E) 41,25%

LIX Egzamin dla Aktuariuszy z 12 marca 2012 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	D	
2	A	
3	C	
4	B	
5	D	
6	A	
7	D	
8	A	
9	D	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.