Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LVI Egzamin dla Aktuariuszy z 4 kwietnia 2011 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 4 kwietnia 2011 r.

1. Dane są wartości:

$$e_{x:\overline{n|}} = E(\min\,(T(x), n)) = 43{,}79246 \text{ oraz } \quad Var(\min\,(T(x), n)) = 419{,}960$$

Oblicz przybliżoną wartość $\bar{a}_{x:\overline{n|}}$ dla $\delta = 0{,}01$.

(A) 22,10 (B) 27,10 (C) 32,10 (D) 37,10
(E) 42,10

2. Na osobę 60-letnią wystawiono ubezpieczenie rentowe, wypłacające dożywotnie świadczenie z intensywnością 10 000 na rok. Na hipotece nieruchomości zabezpieczono jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, płatną w momencie śmierci w wysokości $JSN_{60+T(60)} = 400\,000 - k \cdot \overset{o}{e}_{60+T(60)}$.

Dla populacji de Moivre'a z parametrem $\omega = 100$ oraz intensywności oprocentowania $\delta = 0{,}05$ podaj wysokość k, spełniającego zasadę aktuarialnej równoważności. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 8 845 (B) 9 245 (C) 9 645 (D) 10 045
(E) 10 465

3. Rozważamy ubezpieczenie na życie dla (25), które na koniec roku śmierci wypłaci $\min\left(K(25)+1,\ 5\right)$ zł. Na początku j-tego roku ubezpieczony płaci składkę w wysokości $\min\,(j, 5)\cdot P$, gdzie P skalkulowano na poziomie netto. Oblicz ${}_5V$ czyli rezerwę składek netto po 5 latach. Dane są:

$i = 5\%$, $R_{25} = 116\,029$, $S_{25} = 9\,146\,994$,

$R_{30} = 102\,641$, $S_{30} = 6\,664\,576$, $\ddot{a}_{30} = 18{,}54690$.

Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 0,08395 (B) 0,10395 (C) 0,12395 (D) 0,14395
(E) 0,16395

4. Rozważamy ubezpieczenie emerytalne dla (x), które polega na tym, że przez najbliższe 35 lat będzie on płacił coroczną składkę netto w wysokości P. Po dożyciu do wieku (x+35) zacznie otrzymywać emeryturę dożywotnią w wysokości 1 na początku każdego roku. W przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku x+35 uposażeni otrzymają na koniec roku śmierci 50% sumy wpłaconych składek (bez odsetek). Dane są:

$i = 5\%$, $\quad {}_{34}V = 8{,}53841$; $\quad {}_{36}V = 9{,}02911$; $\quad q_{x+34} = 0{,}03226$

$q_{x+35} = 0{,}03459$

Oblicz P. Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 0,055 (B) 0,075 (C) 0,095 (D) 0,115
(E) 0,135

5. Rozważamy ubezpieczenie ciągłe ogólnego typu z funkcją intensywności składki $\pi(t)$ oraz funkcją świadczenia śmiertelnego $c(t)$. Kontrakt skalkulowany jest na poziomie netto. Parametr $\delta > 0$ to techniczna intensywność oprocentowania. Wiadomo ponadto, że dla każdego $t \leq 20$ zachodzi związek:

$$V(t) = \frac{c(t)\mu_{x+t} + 0{,}02 - \pi(t)}{\delta + \mu_{x+t}} \quad .$$

Oblicz wartość $V(10)$. Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 0,2 (B) 0,25 (C) 0,3 (D) 0,35
(E) 0,4.

6. Rozważamy dyskretny typ n-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł oraz roczną składką 2580 zł, płatną przez cały okres ubezpieczenia.

Po k latach ubezpieczony chce utrzymać dotychczasową wysokość składki oraz pobrać bezzwrotnie 50 000 zł, zmniejszając w ten sposób rezerwę netto. Podaj nową sumę ubezpieczenia. Dane są:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 13{,}620 \qquad \ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = 4{,}327 \qquad i = 5\%$$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 33 000 (B) 34 000 (C) 35 000 (D) 36 000
(E) 37 000

7. W populacji z wykładniczym rozkładem czasu trwania życia, $\mu = 0{,}03$, rozpatrujemy ciągłe ubezpieczenie na życie i dożycie, zawarte na 20 lat ze składką o stałej intensywności, płatną przez cały okres ubezpieczenia.
Po 10 latach ubezpieczony poprosił o zmianę warunków ubezpieczenia: obniżenie składki netto do 2/3 dotychczasowego poziomu, utrzymanie dotychczasowej sumy ubezpieczenia oraz odpowiednie dostosowanie okresu ubezpieczenia (czyli także okresu płatności składek). Dla $\delta = 0{,}07$ podaj nowy okres trwania ubezpieczenia, liczony od momentu konwersji polisy. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 12,97 (B) 13,02 (C) 13,07 (D) 13,12
(E) 13,17

8. Rozważamy emeryturę małżeńską dla (x) oraz (y). Ona (x) jest wylosowana z populacji wykładniczej z $\mu_{x+t} \equiv 0{,}01$. Natomiast on (y) jest wylosowany z populacji wykładniczej z $\mu_{y+t} \equiv 0{,}02$. Za jednorazową składkę netto *SJN* kupują następujące świadczenie emerytalne.

Póki żyją oboje i

$$t < \min\left(E(T(x)), E(T(y))\right)$$

otrzymują emeryturę z intensywnością A na rok (w postaci renty ciągłej). Gdy żyją oboje, ale

$$\min\left(E(T(x)), E(T(y))\right) < t < \max\left(E(T(x)), E(T(y))\right)$$

intensywność emerytury wynosi $0{,}9A$. Wreszcie, gdy żyją oboje, ale

$$t > \max\left(E(T(x)), E(T(y))\right)$$

intensywność świadczenia wynosi $0{,}8A$. Natomiast po pierwszej śmierci intensywność świadczenia emerytalnego wynosi $0{,}7A$. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}03$. Oblicz *SJN*.

Zakładamy, że $T(x)$ i $T(y)$ są niezależnymi zmiennymi losowymi.

Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) $19A$ (B) $22A$ (C) $25A$ (D) $28A$
(E) $31A$.

9. Rozważamy roczne ubezpieczenie dla osoby (x) na kwotę 100 000 zł. Życie ubezpieczonego jest narażone na trzy niezależne od siebie ryzyka.

Pierwsze jest typowym demograficznym ryzykiem śmierci ${}_1^{*}q_x^{(1)}$.

Drugie wiąże się ze specyficznym schorzeniem ubezpieczonego ${}_1^{*}q_x^{(2)}$.

Trzecie wynika ze szczególnego trybu życia ubezpieczonego ${}_1^{*}q_x^{(3)}$.

Wszystkie trzy ryzyka mają jednostajny rozkład w ciągu roku.

Osoba ta może kupić polisę na dożycie za składkę netto 58 140 zł. Podaj, ile kosztowałoby ubezpieczenie wypłacające na koniec roku 100 000 jedynie w przypadku śmierci spowodowanej trzecim ryzykiem. Dane są:

$${}_1^{*}q_x^{(1)} = 0{,}05 \qquad {}_1^{*}q_x^{(2)} = 0{,}15 \qquad v=0{,}96$$

(A) 21 660 (B) 21 860 (C) 22 060 (D) 22 260
(E) 22 460

10. W pewnym planie emerytalnym przejście na emeryturę następuje nie później niż w wieku 60 lat ($l_{60}^{(\tau)} = 0$). Wiadomo, że aktywny (płacący składki) uczestnik planu w wieku *(x)* lat, przechodzi przed osiągnięciem 60 lat w stan nieaktywny zgodnie z prawem de Moivre'a z granicznym wiekiem 120 lat.

Wyznacz obecną wartość (na początek roku, przed zapłaceniem składki) przyszłych składek 40 letniego uczestnika planu, jeżeli wiadomo, że:

- składka płacona jest na początku każdego roku w wysokości 10% od 12 wynagrodzeń ze stycznia,
- obecne roczne wynagrodzenie 40 letniego uczestnika planu wynosi 50 000 zł,
- wynagrodzenie zmienia się raz w roku, tuż przed zapłaceniem składki, zgodnie z formułą $S_{40+k} = \dfrac{1}{1-0.0125k}$,
- pracownicy, przechodzący na emeryturę dokładnie w wieku 60 lat, dostają w ostatnim dniu pracy jednorazową premię równą 12 wynagrodzeniom miesięcznym. Należna składka emerytalna (10% premii) pobierana jest w ostatnim dniu roku,
- $v = 0.95$.

Podaj najbliższą wartość.

(A) 56 115 (B) 58 315 (C) 60 515 (D) 62 715
(E) 65 915

LVI Egzamin dla Aktuariuszy z 4 kwietnia 2011 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi...........................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	C	
2	E	
3	A	
4	B	
5	A	
6	E	
7	B	
8	C	
9	A	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.