Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LIV Egzamin dla Aktuariuszy z 4 października 2010 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....Klucz odpowiedzi...............

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 4 października 2010 r.

1. Dane jest $q_x = 0{,}05$. Oblicz

$$\bar{A}^{1}_{x:\overline{1|}}(UDD) - \bar{A}^{1}_{x:\overline{1|}}(CF),$$

gdzie UDD w pierwszym nawiasie oznacza, że odpowiednią składkę obliczono przy założeniu interpolacyjnym UDD (o jednostajnym rozkładzie śmierci w ciągu roku); natomiast CF w drugim nawiasie oznacza zastosowanie do obliczenia składki założenia o stałym natężeniu umierania między kolejnymi wiekami całkowitymi (*constant force assumption*).
Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}08$.

Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) $-0{,}0000064$ (B) $0{,}0000064$ (C) $-0{,}0000164$ (D) $0{,}0000164$

(E) $0{,}0000264$.

2. Niech $\bar{A}_x(\omega,\delta)$ dla $0 < x < \omega$ oznacza składkę jednorazową netto za ubezpieczenie bezterminowe ciągłe dla (x) wypłacające 1 w chwili śmierci, przy czym (x) jest wylosowany z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym ω, a techniczna intensywność oprocentowania użyta w rachunkach wynosi $\delta > 0$. Jeśli

$$\bar{A}_x(\omega + \Delta\omega, \delta + \Delta\delta) = \bar{A}_x(\omega, \delta)$$

to mamy przybliżoną równość:

(A) $\frac{\Delta\delta}{\Delta\omega} = \frac{\delta}{(\omega - x)}$,

(B) $\frac{\Delta\delta}{\Delta\omega} = -\frac{\delta^2}{\omega - x}$,

(C) $\frac{\Delta\delta}{\Delta\omega} = -\frac{\delta}{(\omega - x)^2}$,

(D) $\frac{\Delta\delta}{\Delta\omega} = -\frac{\delta}{\omega - x}$,

(E) $\frac{\Delta\delta}{\Delta\omega} = -\frac{\delta^2}{(\omega - x)^2}$.

3. Rozpatrujemy ciągły model ubezpieczenia na życie dla osoby (50) z populacji de Moivre'a z parametrem $\omega = 100$. Jeśli ubezpieczony umrze w wieku (50+*t*), to polisa zaczyna wypłacać uposażonym rentę płatną z roczną intensywnością 10 000 przez okres przeciętnego dalszego trwania życia osoby w wieku (50+*t*).

Oblicz jednorazową składkę netto w tym ubezpieczeniu dla $\delta = 0{,}05$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 40 730 (B) 44 620 (C) 48 960 (D) 52 630
(E) 56 140

4. Rozważamy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie (50) z rosnącą sumą ubezpieczenia $Z(k+1) = S + B(k+1)$, gdzie S jest kwotą bazową, a $B(k+1)$ bonusem na koniec k+1 roku ubezpieczenia. W momencie wystawienia polisy $B(0) = B$, a następnie przed każdą n-tą rocznicą polisy bonus zwiększa się do poziomu $B(n) = a \cdot S + (1+b) \cdot B(n-1)$.

Przykładowo, śmierć w pierwszym roku ubezpieczenia spowoduje wypłatę na koniec roku w wysokości $Z(1) = S + a \cdot S + (1+b) \cdot B$.

Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli

$S = 100\,000 \quad B = 10\,000 \quad a = 3\% \quad b = 4\% \quad i = 5\%$,

a ubezpieczeni pochodzą z populacji de Moivre'a z granicznym wiekiem $\omega = 90$ lat. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 79 000 (B) 80 000 (C) 81 000 (D) 82 000
(E) 83 000

5. Rozważamy ubezpieczenie kredytu hipotecznego w wysokości 1 , który został udzielony (x) wylosowanemu z populacji wykładniczej z natężeniem umierania $\mu = 0{,}01$. Kredyt ten będzie spłacany za pomocą renty ciągłej 30-letniej, przy czym intensywność raty spłacającej kapitał jest stała. Gdy kredytodawca umrze w ciągu najbliższych 30 lat to ubezpieczyciel wypłaci bankowi sumę ubezpieczenia równą saldu kredytu w chwili śmierci.
Oblicz składkę jednorazową netto przyjmując techniczną intensywność oprocentowania na poziomie $\delta = 0{,}03$.

(A) 0,1004 (B) 0,1014 (C) 0,1024 (D) 0,1034
(E) 0,1044

6. Rozważamy model ciągły ubezpieczenia dla (x), które polega na tym, że jeżeli umrze on przed osiągnięciem wieku $m > x$ to uposażeni otrzymają sumę ubezpieczenia $c_1 > 0$ w chwili śmierci. Natomiast jeśli umrze on w wieku późniejszym niż m to w chwili śmierci będzie wypłacona suma ubezpieczenia $c_2 > 0$. Składka za to ubezpieczenie jest płacona w formie renty życiowej ciągłej, przy czym do wieku m intensywność składki wynosi $\bar{P}_1 > 0$ a potem $\bar{P}_2 > 0$. Wówczas skok pochodnej funkcji $V(t)$ w punkcie $t_0 = m - x$ dobrze przybliża formuła:

(A) $lim_{t \to t_0^+} V'(t) - lim_{t \to t_0^-} V'(t) = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 - (c_1 - c_2)\mu_m$

(B) $lim_{t \to t_0^+} V'(t) - lim_{t \to t_0^-} V'(t) = \bar{P}_1 - \bar{P}_2 - c_1 + c_2$

(C) $lim_{t \to t_0^+} V'(t) - lim_{t \to t_0^-} V'(t) = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 - (c_1 + c_2)\mu_m$

(D) $lim_{t \to t_0^+} V'(t) - lim_{t \to t_0^-} V'(t) = \bar{P}_1 - \bar{P}_2 - (c_1 - c_2)\mu_m$

(E) $lim_{t \to t_0^+} V'(t) - lim_{t \to t_0^-} V'(t) = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 - c_1 - c_2$

7. Rozpatrujemy dyskretny model terminowego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 10 000 zł. Roczna składka brutto płacona jest w stałej wysokości na początku każdego roku ubezpieczenia.
Koszty administracyjne ponoszone są w każdym roku ubezpieczenia w stałej wysokości i wynoszą 500 zł wg wartości na początek roku. Koszty początkowe są rozliczane metodą Zillmera.
Po dwóch latach ubezpieczenia rezerwa brutto osiągnęła 41,70 zł, a po trzech latach 241,60 zł. Wiadomo, że w trzecim roku ubezpieczenia oszczędnościowa część składki wynosi 166,54 zł. Stopa techniczna i=5%.
Oblicz współczynnik kosztów początkowych (w punktach procentowych sumy ubezpieczenia). Wskaż najbliższą wartość.

(A) 3,1 (B) 3,2 (C) 3,3 (D) 3,4
(E) 3,5

8. Rozważamy emeryturę małżeńską dla (x) i (y), która zacznie wypłacać natychmiast według następujących reguł. Póki żyją oboje otrzymują emeryturę z intensywnością $A > 0$. Po pierwszej śmierci owdowiała osoba będzie nadal otrzymywać emeryturę z intensywnością A, ale tylko przez 3 lata (lub krócej, gdy umrze w ciągu tych trzech lat). Po upływie trzech lat od pierwszej śmierci owdowiała osoba (o ile żyje) otrzymuje emeryturę z intensywnością $B < A$.
Który z podanych wzorów na *SJN* jest prawdziwy?

Zakładamy, że nie ma wieku granicznego oraz że $T(x)$ i $T(y)$ są niezależne. Do rachunków użyto technicznej intensywności oprocentowania na poziomie $\delta > 0$.

(A)

$$SJN =$$
$$A\int_0^3 e^{-\delta t}({}_tp_x + {}_tp_y - {}_tp_x\,{}_tp_y)dt + B\int_3^\infty e^{-\delta t}({}_tp_x + {}_tp_y - {}_tp_x\,{}_tp_y)dt$$
$$+$$
$$+(A-B)\int_3^\infty e^{-\delta t}({}_{t-3}p_x\,{}_tp_y + {}_{t-3}p_y\,{}_tp_x - {}_tp_x\,{}_tp_y)dt$$

(B)

$$SJN =$$
$$A\int_0^3 e^{-\delta t}({}_tp_x + {}_tp_y - {}_tp_x\,{}_tp_y)dt + B\int_3^\infty e^{-\delta t}({}_tp_x + {}_tp_y - {}_tp_x\,{}_tp_y)dt$$
$$+$$
$$+(A-B)\int_3^\infty e^{-\delta t}({}_{t-3}p_x\,{}_tp_y + {}_{t-3}p_y\,{}_tp_x - 2\,{}_tp_x\,{}_tp_y)dt$$

(C)

$$SJN =$$
$$A\int_0^3 e^{-\delta t}({}_tp_x + {}_tp_y - {}_tp_x\,{}_tp_y)dt + B\int_3^\infty e^{-\delta t}({}_tp_x + {}_tp_y - {}_tp_x\,{}_tp_y)dt$$

$$+A\int_3^\infty e^{-\delta t}({}_{t-3}p_x\,{}_tp_y + {}_{t-3}p_y\,{}_tp_x - 2\,{}_tp_x\,{}_tp_y)dt$$

(D)

$$SJN =$$
$$A\int_0^3 e^{-\delta t}({}_tp_x + {}_tp_y - {}_tp_x\,{}_tp_y)dt + B\int_0^\infty e^{-\delta t}({}_tp_x + {}_tp_y - {}_tp_x\,{}_tp_y)dt$$

$$+(A-B)\int_3^\infty e^{-\delta t}({}_{t-3}p_x\,{}_tp_y + {}_{t-3}p_y\,{}_tp_x - {}_tp_x\,{}_tp_y)dt$$

(E) żaden z powyższych wzorów nie jest uniwersalnie prawdziwy.

9. Rozważamy roczne ubezpieczenie na życie wypłacające świadczenie śmiertelne 100 000 zł na koniec roku. Osoba (x) jest narażona na dwa ryzyka śmierci:

(1) standardowe ryzyko śmierci,

(2) ryzyko związane z uprawianym przez tę osobę ekstremalnym sportem.

Wiadomo, że dla stopy technicznej i=0 polisa wypłacająca tej osobie świadczenie tylko w przypadku zwykłej śmierci miałaby składkę netto 10 000 zł, natomiast polisa obejmująca wyłącznie śmierć w wyniku ekstremalnego sportu - składkę 30 000 zł.

Każde z dwóch ryzyk ma jednostajny rozkład zgonów w ciągu roku.

Podaj jednorazową składkę netto w analogicznym ubezpieczeniu dla osoby, która nie uprawia sportów ekstremalnych. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 11 100 (B) 11 300 (C) 11 500 (D) 11 700
(E) 11 900

10. Rozważamy osobę (x) wychodzącą z OFE z kapitałem K i kupującą dożywotnią emeryturę z gwarantowanym okresem wypłat n. Gwarantowany okres jest dobrany tak, by suma wypłat (bez oprocentowania) osiągnęła co najmniej 80% kapitału K. Przyjmij ciągły model wypłat emerytalnych. Podaj w miesiącach długość okresu gwarancyjnego, jeżeli emeryt pochodzi z populacji o wykładniczym czasie trwania życia z $\mu = 0{,}15$ oraz $\delta = 0{,}05$.

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 51 (B) 54 (C) 57 (D) 60
(E) 63

LIV Egzamin dla Aktuariuszy z 4 października 2010 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi..................................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	C	
2	D	
3	A	
4	C	
5	E	
6	D	
7	D	
8	B	
9	E	
10	D	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.