

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LII Egzamin dla Aktuariuszy z 15 marca 2010 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

1. Dana jest liczba całkowita dodatnia x oraz liczba $t \in (0,1)$. Wiadomo, że

$${}_tq_x^{(UDD)} = 0,01800; \quad {}_tq_x^{(B)} = 0,01822.$$

Obliczyć

$${}_tq_x^{(CF)}$$

Wyjaśnienie:

Skróty (UDD), (B) oraz (CF) odnoszą się odpowiednio do popularnych założeń interpolacyjnych: UDD, Balducciego i założenia o stałej intensywności śmiertelności (constant force).

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,01787

(B) 0,01795

(C) 0,01803

(D) 0,01811

(E) 0,01819.

2. Rozważamy (25) wylosowanego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Za jednorazową składkę netto SJN kupił on ubezpieczenie na życie, które wypłaci 1 w chwili śmierci. Niech Z oznacza wartość obecną świadczenia na moment wystawienia polisy. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia

$$\Pr (|Z - SJN| < \sqrt{\text{Var}(Z)})$$

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,03$.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,55
- (B) 0,60
- (C) 0,65
- (D) 0,70
- (E) 0,75.

3. Rozważamy (33) wybranego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 132$. Za składkę jednorazową w wysokości $SJ = v^{E(T(33))}$ kupił ubezpieczenie na życie, które wypłaci 1 w chwili śmierci. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że wartość zakumulowana składki SJ na moment śmierci jest większa niż 1.

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,04$.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,46

(B) 0,48

(C) 0,50

(D) 0,52

(E) 0,54.

4. Rozważmy ubezpieczenie na życie dla (x) , które wypłaci 1 na koniec roku śmierci. (x) płaci regularne coroczne składki w wysokości P_x aż do śmierci. Dane są:

$$i = 0,05; l_{x+20} = 86750; l_{x+21} = 85780; l_{x+22} = 84750$$

oraz

$$\pi_{20}^r = 0,00805176; \pi_{21}^r = 0,00850703.$$

Obliczyć wartość A_x .

Wybrać odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,14
- (B) 0,15
- (C) 0,16
- (D) 0,17
- (E) 0,18

5. Rozważamy dwóch emerytów: Bolka (70) i Lolka (75). Każdy z nich, w wieku (65) kupił za jednorazową składkę netto ubezpieczenie emerytalne, które wypłaca co roku 1 (na początku roku) aż do śmierci. Tak więc Bolek pobiera emeryturę od 5 lat, a Lolek od 10 lat.

Dane są

$$i = 5\% ; A_{70} = 0,62; A_{75} = 0,69.$$

Zakładamy, że dalsze trwania życia Bolka i Lolka są niezależne.

Zdarzenie, że polisa Lolka przyniesie ubezpieczycielowi stratę netto i równocześnie polisa Bolka nie przyniesie straty opisuje poprawnie formuła:

- (A) $K(70) \leq 9$ oraz $K(75) \geq 8$
- (B) $K(70) \leq 8$ oraz $K(75) \geq 8$
- (C) $K(70) \leq 7$ oraz $K(75) \geq 7$
- (D) $K(70) \leq 8$ oraz $K(75) \geq 7$
- (E) $K(70) \leq 9$ oraz $K(75) \geq 7$.

6. Niech $SJN(n, a, b)$ oznacza składkę jednorazową netto za ubezpieczenie ciągle n -letnie na życie i dożycie dla (x) , które wypłaci a w chwili śmierci, gdy ubezpieczony (x) umrze w ciągu n -lat, albo b , gdy dożyje wieku $x + n$. Dane są:

$$i = 5\%; \quad SJN(n, 2, 3) = 0,474219; \quad SJN(n, 5, 7) = 1,1388.$$

Obliczyć przybliżoną wartość $SJN\left(n + \frac{1}{12}, 1, 1\right)$.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,1896

(B) 0,1898

(C) 0,1900

(D) 0,1902

(E) 0,1904.

7. (65) wybrany z populacji de Moivre'a z wiekiem nieprzekraczalnym $\omega = 100$ rozważa zakup za jednorazową składkę netto 1 jednej z następujących polis emerytalnych:

- P1 będzie wypłacać mu do końca życia z roczną intensywnością $E1$ oraz dodatkowo w przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku 70 wypłaci rodzinie jednorazowe świadczenie śmiertelne w wysokości $(5 - t)/5$, gdy umrze w wieku $65 + t$.
- P2 będzie wypłacać mu do końca życia z roczną intensywnością $E2$ oraz dodatkowo w przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku 75 wypłaci rodzinie jednorazowe świadczenie śmiertelne w wysokości $(10 - t)/10$, gdy umrze w wieku $65 + t$.

Obliczyć $E2/E1$. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,03$.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,9039
- (B) 0,9139
- (C) 0,9239
- (D) 0,9339
- (E) 0,9439.

8. W modelu szkodowości dwojakiej dane są funkcje intensywności poszczególnych szkód:

$$\mu_{1,x+t} = \frac{1}{\omega_1 - t} \text{ dla } 0 \leq t < \omega_1 \text{ oraz } \mu_{2,x+t} = \frac{1}{\omega_2 - t} \text{ dla } 0 \leq t < \omega_2,$$

przy czym $\omega_1 < \omega_2$. Wiadomo ponadto, że

$$\Pr\left(J = 2 \mid T > \frac{\omega_1}{2}\right) = 0,269737.$$

Obliczyć

$$\Pr\left(J = 1 \mid T < \frac{\omega_1}{2}\right).$$

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,61

(B) 0,64

(C) 0,67

(D) 0,70

(E) 0,73.

9. On (y) jest wylosowany z populacji Gompertza a ona (x) z populacji Weibulla. Dane są:

$$\bar{a}_{x:y} = 7, \mu_x = 0,02, \bar{a}_{x+\frac{1}{12};y} = 6,98 \text{ oraz } \delta > 0.$$

Obliczyć przybliżoną wartość składki jednorazowej netto za ubezpieczenie, które wypłaci 1 w chwili śmierci (x), ale tylko wtedy, gdy (x) umrze wcześniej niż (y). Zakładamy, że ich życia są niezależne.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,28
- (B) 0,38
- (C) 0,48
- (D) 0,58
- (E) 0,68.

10. Rozważamy dwie osoby; jedną w wieku (x) a drugą w wieku (y). Załóżmy, że zmienne losowe $T(x)$ oraz $T(y)$ opisujące dalsze trwanie życia są niezależne. Dane są wartości

$$E(T(x)) = 12 \quad , \quad E(T(x:y)) = 9 \quad , \quad Cov(T(x:y), T(\overline{x:y})) = 30 \quad .$$

Obliczyć $E(T(y))$.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 18

(B) 19

(C) 20

(D) 21

(E) 22.

LII Egzamin dla Aktuariuszy z 15 marca 2010 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

A
Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko :

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	D	
2	C	
3	C	
4	B	
5	D	
6	C	
7	D	
8	A	
9	B	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.