

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

L Egzamin dla Aktuariuszy z 5 października 2009 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

1. Rozważamy dwie polisy bezterminowe na życie dla (x) . Każda z nich wypłaca jako świadczenie 1 zł na koniec roku śmierci. Polisa 1. opłacona jest za pomocą jednorazowej składki netto w momencie zawarcia umowy. Niech L_1 oznacza stratę ubezpieczyciela na moment wystawienia tej polisy. Natomiast w przypadku polisy 2. składki regularne netto będą płacone w postaci renty życiowej na początku każdego roku aż do śmierci. Niech L_2 oznacza stratę ubezpieczyciela na moment wystawienia tej polisy. Wiadomo, że

$$\frac{\text{Var}(L_2)}{\text{Var}(L_1)} = 1,826$$

Obliczyć A_x .

Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 0,25

(B) 0,26

(C) 0,27

(D) 0,28

(E) 0,29.

2. Rozważamy ubezpieczenie n -letnie na życie i dożycie ciągłe dla (x) . Jeśli umrze on w ciągu najbliższych n lat to zostanie wypłacone świadczenie 1 zł w chwili śmierci, a jeżeli dożyje wieku $x+n$ to 1 zł zostanie wypłacone właśnie w tym momencie. Składki netto będzie płacił w formie renty życiowej ciągłej h -letniej, gdzie $0 < h < n$. Odpowiednią intensywność składki netto oznaczamy tradycyjnie symbolem ${}_h\bar{P}(\bar{A}_{x:n})$. Załóżmy, że zwiększymy n o jeden miesiąc. O ile należy zmniejszyć h aby nie zmieniła się roczna intensywność składki netto.

Dane są ${}_h\bar{P}(\bar{A}_{x:n}) = 0,03$ oraz $A_{x+h:\overline{n-h}|} = 0,55$ oraz $\delta = 0,049$.

Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A)
0,80 miesiąca

(B)
0,85 miesiąca

(C)
0,90 miesiąca

(D)
0,95 miesiąca

(E)
1 miesiąc.

3. Rozważamy ubezpieczenie ciągłe dla (x) , które wypłaci t w chwili śmierci, jeśli ubezpieczony umrze w wieku $(x+t)$. Niech Z oznacza wartość obecną świadczenia na moment wystawienia polisy. Załóżmy, że ubezpieczony został wylosowany z populacji wykładniczej o średniej trwania życia 80.

Techniczną intensywność oprocentowania δ wybraną na poziomie, który minimalizuje wartość współczynnika zmienności:

$$\sqrt{\text{Var}(Z)}/E(Z)$$

Obliczyć ten poziom δ .

Wybrać wartość najbliższą.

(A)
0,01

(B)
0,0125

(C)
0,0150

(D)
0,0175

(E)
0,02

4. Rozważamy polisę emerytalną, która polega na tym, że (x) płaci składki przez najbliższe m lat w postaci renty życiowej ciągłej, a po dożyciu wieku $x + m$ zaczyna pobierać emeryturę z intensywnością 1 na rok. W przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku $x + m$ uposażeni otrzymują jednorazowe świadczenie w wysokości α razy suma wpłaconych dotychczas składek (w chwili śmierci).

Niech $\bar{P}(\alpha)$ oznacza odpowiednią intensywność roczną składek netto.

Wówczas $\frac{d\bar{P}(\alpha)}{d\alpha}$ wyraża się wzorem:

(A)

$$\frac{d\bar{P}(\alpha)}{d\alpha} = \bar{P}(\alpha)^2 \frac{(\bar{IA})_{x:\overline{m}|}^1}{\delta_{m|\bar{a}_x}}$$

(B)

$$\frac{d\bar{P}(\alpha)}{d\alpha} = \bar{P}(\alpha) \frac{(\bar{IA})_{x:\overline{m}|}^1}{m|\bar{a}_x^2}$$

(C)

$$\frac{d\bar{P}(\alpha)}{d\alpha} = \bar{P}(\alpha)^2 \frac{(\bar{IA})_{x:\overline{m}|}^1}{m|\bar{a}_x^2}$$

(D)

$$\frac{d\bar{P}(\alpha)}{d\alpha} = \bar{P}(\alpha)^2 \frac{(\bar{IA})_{x:\overline{m}|}^1}{m|\bar{a}_x}$$

(E)

$$\frac{d\bar{P}(\alpha)}{d\alpha} = \bar{P}(\alpha) \frac{(\bar{IA})_{x:\overline{m}|}^1}{m|\bar{a}_x}$$

5. Rozważamy ubezpieczenie pary osób (x) , (y) , które wypłaca $T(x:y)$ zł w chwili pierwszej śmierci oraz $4T(\overline{x:y})$ zł w momencie drugiej śmierci. Zakładamy, że (x) jest wylosowany z populacji wykładniczej o średniej 100, natomiast (y) jest wylosowany z populacji wykładniczej o średniej 80. Obliczyć składkę jednorazową netto SJN za to ubezpieczenie przyjmując techniczną intensywność oprocentowania na poziomie $\delta = 0,02$.

Zakładamy, że zmienne losowe $T(x)$ oraz $T(y)$ są niezależne.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

- (A) 54,4 zł
- (B) 55,4 zł
- (C) 56,4 zł
- (D) 57,4 zł
- (E) 58,4 zł.

6. Rozpatrujemy model szkodowości dwojakiej:

$$\mu_{1,x+t} = \frac{1}{100-t}, \quad \mu_{2,x+t} = \frac{2}{120-t} \quad \text{dla } 0 \leq t < 100.$$

Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że (x) ulegnie jako pierwszej szkodzi tej, która w danej chwili mniej mu zagrażała niż druga „współzawodniczą”.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,30
- (B) 0,35
- (C) 0,40
- (D) 0,45
- (E) 0,50

7. Rozważamy grupę 10 osób w wiekach 21,22,23,24,25,26,27,28,29,30. Zakładamy, że ich życia są niezależne oraz, że wszystkie te osoby pochodzą z populacji Gompertza z funkcją natężenia śmiertelności daną wzorem:

$$\mu_x = B(1,23)^x$$

gdzie $B > 0$. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że jako pierwszy umrze parzystolatek?

(A) 0,51

(B) 0,53

(C) 0,55

(D) 0,57

(E) 0,59

8. Rozważamy ubezpieczenie n -letnie na życie dla (x) , ciągłe, które wypłaci 1 zł w chwili śmierci, jeżeli ubezpieczony umrze w ciągu n lat. Składki są płacone w postaci renty życiowej ciągłej n -letniej z odpowiednio dobraną stałą intensywnością netto \bar{P} . Niech $W(t) = e^{-\delta t} \bar{V}(t)$ oznacza wartość obecną rezerwy po t latach, obliczoną na moment wystawienia polisy. Załóżmy, że funkcja $W(t)$ osiąga maksimum w pewnym punkcie $t^* \in (0, n)$.

Obliczyć \bar{P} , jeśli wiadomo, że

$$V(t^*) = 0,1 \quad \text{oraz} \quad \mu_{x+t^*} = 0,01.$$

Wybierz wartość najbliższą.

(A) 0,009

(B) 0,011

(C) 0,013

(D) 0,015

(E) 0,017.

9. Rozważamy ubezpieczenie emerytalne dla (x) , wybranego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega > x$. Polega ono na tym, że przez najbliższe m lat ($m < \omega - x$), będzie on płacił składkę w postaci renty życiowej ciągłej z intensywnością netto 1. Po dożyciu wieku $x + m$ zacznie otrzymywać emeryturę dożywotnią z intensywnością E . Do rachunków netto użyto technicznej intensywności oprocentowania $\delta = 0$. Intensywność emerytury E jest więc funkcją x, m oraz ω .

Wówczas elastyczność E względem wieku granicznego ω wyraża się wzorem:

(A)

$$\frac{\partial E}{\partial \omega} \cdot \frac{\omega}{E} = \frac{-\omega(x - \omega)}{(\omega - x - m)(2\omega - x - m)}$$

(B)

$$\frac{\partial E}{\partial \omega} \cdot \frac{\omega}{E} = \frac{2\omega(x - \omega)}{(\omega - x - m)(2\omega - x - m)}$$

(C)

$$\frac{\partial E}{\partial \omega} \cdot \frac{\omega}{E} = \frac{\omega(x - \omega)}{(\omega - x - m)(2\omega - x - m)}$$

(D)

$$\frac{\partial E}{\partial \omega} \cdot \frac{\omega}{E} = \frac{\omega(x - \omega)}{(\omega - x - m)(2\omega - 2x - m)}$$

(E)

$$\frac{\partial E}{\partial \omega} \cdot \frac{\omega}{E} = \frac{2\omega(x - \omega)}{(\omega - x - m)(2\omega - 2x - m)}$$

10. Niech $e_x = E(T(x)) = \frac{(100-x)(175-x)}{3(150-x)}$ (dla $0 \leq x < 100$) oznacza przeciętne dalsze trwanie życia (x) wylosowanego z populacji z wiekiem nieprzekraczalnym 100.

Obliczyć ${}_2p_{46}$.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,397

(B) 0,407

(C) 0,417

(D) 0,427

(E) 0,437

Ranking	Answer	Points
1	B	
2	C	
3	B	
4	D	
5	A	
6	C	
7	C	
8	A	
9	E	
10	D	

L Egzamin dla Aktuariuszy z 5 października 2009 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	B	
2	C	
3	B	
4	D	
5	A	
6	C	
7	C	
8	A	
9	E	
10	D	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.