

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XXXVII Egzamin dla Aktuariuszy z 5 grudnia 2005 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 5 grudnia 2005 r.

1. Populacja A jest populacją z wykładniczym rozkładem czasu życia oraz oczekiwanym czasem życia 125 lat. Rozkład czasu życia w populacji B nie jest znany. Wiadomo jedynie, że dla pewnego wieku x :

- śmierć ma rozkład jednostajny na przedziale wieku $[x, x+1)$,
- $10 \cdot m_x^A = m_x^B$, gdzie m_x oznacza współczynnik umieralności, *central death rate*.

Podaj ile wynosi $\frac{q_x^B}{q_x^A}$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 9,65 (B) 9,80 (C) 10,00 (D) 10,20
(E) 10,35

2. Wyznacz $(D\ddot{a})_{60:\overline{10}|}$, jeśli dane są:

$$\ddot{a}_{60} = 10,44$$

$$(IA)_{60} = 5,996$$

$$(I\ddot{a})_{71} = 47,705$$

$$p_{60} = 0,976$$

$${}_{10}p_{61} = 0,6864$$

$$v = 0,95$$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 44,10

(B) 44,60

(C) 45,10

(D) 45,60

(E) 46,10

3. Niech $\bar{a}_x(\delta)$ oznacza wartość ciągłej renty życiowej wyznaczonej przy intensywności oprocentowania δ . Dla pewnej populacji wiadomo, że $\bar{a}_x(0,04) = 10,90$. Spośród niżej podanych wskaż najniższą wartość, której na pewno nie przekroczy $\bar{a}_x(0,05)$.

- (A) 10,215 (B) 10,220 (C) 10,225 (D) 10,230
(E) 10,235

4. Dla osoby (50) skonstruowano kilka aktuarialnie równoważnych wariantów ubezpieczenia rentowego, wypłacającego świadczenia od 60 do 80 roku życia. Wszystkie składki są płacone na początku okresu składkowego, a wszystkie renty na początku okresu płatności świadczeń.
- Jeśli ubezpieczenie zostanie zawarte teraz, to będzie płacona składka roczna do wieku 60 lat. Wariant I wypłaca 1200 zł raz na rok i ma składkę roczną netto 788 zł. Wariant II wypłaca 100 zł miesięcznie i ma składkę roczną netto 755 zł.
- Podaj ile wyniesie jednorazowa składka netto, jeśli ubezpieczenie wypłacające jak w wariantcie I zostanie zawarte dopiero w wieku 60 lat. Przyjmij, że w każdym roku śmiertelność ma jednostajny rozkład. Dane są:

$$\alpha(12) = 1,00022 \quad \beta(12) = 0,4669 \quad v = 0,95 \quad {}_{20}P_{60} = 0,333$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 11 520 (B) 11 570 (C) 11 620 (D) 11 670
(E) 11 720

5. Rozpatrujemy ciągły model bezterminowego ubezpieczenia na życie ze stałą składką płaconą przez cały okres ubezpieczenia. Na osobnika (40) z populacji de Moivre'a z parametrem $\omega = 90$ wystawiono polisę, która, jeśli śmierć nastąpi w wieku $(40+t)$, wypłaca ${}_t e_{40+t}^{\circ} \cdot 1000$ zł. Podaj roczną intensywność składki w tym ubezpieczeniu.

- (A) 250 (B) 500 (C) 750 (D) 1000
(E) 1500

6. Dla populacji z wykładniczym rozkładem czasu trwania życia rozważamy ciągły typ 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie ze świadczeniem 1 zł i składką płaconą przez cały okres ubezpieczenia ze stałą intensywnością.

Z pewnych względów ubezpieczyciel tworzy z opóźnieniem rezerwę netto, stosując zasadę:

$$V_{x:\overline{n}|}^*(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 2 \\ V_{x+2:\overline{n-2}|}(t-2) & 2 < t \leq 20 \end{cases}$$

Dla jakiego $t > 2$ zachodzi $V_{x:\overline{n}|}(t) - V_{x:\overline{n}|}^*(t) = 0,02$, jeśli $\mu + \sigma = 0,1$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 12,0 (B) 12,3 (C) 12,7 (D) 13,0
(E) 13,4

7. Rozważamy ubezpieczenie rentowe dla (50) ze stałą składką roczną płaconą na początku roku aż do 65 roku życia, od kiedy wypłacana będzie na początku roku dożywotnia renta w wysokości 1000 zł.

Jednorazowe koszty poniesione przy wystawianiu polisy wyniosły 300 zł. Przy pobieraniu każdej składki ponoszone są koszty w wysokości 20 zł. Koszty administracyjne w okresie pobierania składki wynoszą 25 zł rocznie, a w okresie wypłaty świadczeń 50 zł rocznie. Wszystkie koszty okresowe są ponoszone na początku roku.

Podaj wartość rezerwy brutto po 10 latach ubezpieczenia, jeśli koszty początkowe są rozliczane metodą Zillmera oraz

$$A_{50:\overline{10}|}^1 = 0,4580 \quad {}_5| \ddot{a}_{60} = 5,4414 \quad \frac{N_{60} - N_{65}}{N_{50} - N_{65}} = 0,2097$$

Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| (A) | 4310 | (B) | 4340 | (C) | 4380 | (D) | 4410 |
| (E) | 4450 | | | | | | |

8. Trzy osoby w wieku (x) , (y) , (z) zakupiły rentę dożywotnią, która wypłaca na początku roku 6000 zł i spada o połowę po śmierci pierwszej, a następnie o połowę po śmierci drugiej osoby. Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie.

$$\ddot{a}_x + \ddot{a}_y + \ddot{a}_z = 37,55 \quad \ddot{a}_{x:y} = 7,20 \quad \ddot{a}_{x:z} = 7,80 \quad \ddot{a}_{y:z} = 12,10$$

$$\ddot{a}_{x:y:z} = 7,10$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 57000 (B) 61000 (C) 65000 (D) 67000
(E) 71000

9. Na życie (x) oraz (y) wystawiono bezterminowe ubezpieczenie na rentę rewersyjną, wypłacającą po śmierci (x) 1000 zł rocznie (na początku roku). Ubezpieczenie opłacono jednorazową składką.

Wyznacz rezerwę netto po 10 latach, jeśli ubezpieczyciel nie zna dokładnego statusu ubezpieczonej pary, choć wie, że nie wystąpił przypadek uruchamiający rentę. Dane są:

$$\ddot{a}_{x+10} = 5,43 \qquad \ddot{a}_{y+10} = 9,53 \qquad \ddot{a}_{\overline{x+10:y+10}} = 10,23$$

$${}_{10}p_x = 0,472 \qquad {}_{10}p_y = 0,854$$

Dla każdej osoby przyjmij jednostajny rozkład śmiertelności w okresie minionych 10 lat. Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| (A) | 3550 | (B) | 3800 | (C) | 4050 | (D) | 4300 |
| (E) | 4550 | | | | | | |

10. Rozważamy plan emerytalny, w którym wszyscy uczestnicy przystępują do planu w wieku 30 lat oraz przechodzą na emeryturę w wieku 65 lat. Plan wypłaca miesięczną emeryturę w wysokości 0,35% sumy wynagrodzeń z całego okresu uczestnictwa w planie. Pracodawca finansuje plan metodą kosztu nabytych uprawnień (*accrued benefit cost method*).
Podaj $M(50)$, czyli wartość funkcji kumulującej nabyte uprawnienia (*accrual function*) dla wieku 50 lat, w przypadku uczestnika, którego wynagrodzenia rosną przez cały okres uczestnictwa w tempie 4% na rok.
Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,381 (B) 0,401 (C) 0,461 (D) 0,521
(E) 0,571

XXXVII Egzamin dla Aktuariuszy z 5 grudnia 2005 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	A	
2	A	
3	C	
4	E	
5	B	
6	E	
7	C	
8	D	
9	B	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.