

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XXXVII Egzamin dla Aktuariuszy z 5 grudnia 2005 r.

Część I

Matematyka finansowa

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

.....

WERSJA TESTU

A

Czas egzaminu: 100 minut

1. Zakład ubezpieczeń oferuje klientowi 35 letnią rentę pewną o równych płatnościach na koniec kolejnych lat przy stopie $i = 5\%$. Dodatkowo przy każdej płatności renty zakład wypłaci klientowi $3/4$ zysku osiągniętego ponad stopę i w ostatnim roku (liczonego od kwoty rezerwy netto na początku roku). Ile wyniesie suma wszystkich wypłat dodatkowych z tytułu podziału zysku jeżeli:
- zakład wypracuje stopy zwrotu $i_1 = 9\%$ przez pierwszych 10 lat, $i_2 = 8\%$ przez kolejnych 10 lat, $i_3 = 7\%$ przez następne 10 lat oraz $i_4 = 6\%$ przez ostatnie 5 lat,
 - klient nabył rentę za składkę jednorazową netto w wysokości 100 000 zł.

Podaj najbliższą wartość:

- A) 52 126
- B) 53 413
- C) 54 768
- D) 56 084
- E) 57 355

-
2. Inwestor zaciąga 50 letni kredyt w kwocie 100 000 zł spłacany w równych ratach na koniec kolejnych lat. Ile wynosi roczna rata R jeżeli oprocentowanie kredytu wynosi:

8% w latach $5k+1$,

12% w latach $5k+2$,

6% w latach $5k+3$,

14% w latach $5k+4$,

10% w latach $5k+5$,

gdzie $k = 0, 1, \dots, 9$.

Podaj najbliższą wartość.

A) 9 778

B) 9 826

C) 9 872

D) 9 935

E) 9 981

3. Bieżące ceny rocznych europejskich opcji na akcje spółki X są następujące:

cena wykonania	50	60	70
cena call	7,8	3,9	1,8
cena put	4,1	9,4	16,5

Inwestor chce nabyć instrument wypłacający za rok kwotę:

120 – 2 * cena akcji za rok, o ile cena akcji < 50
220 – 4 * cena akcji za rok, o ile cena akcji będzie w przedziale [50,60)
100 – 2 * cena akcji za rok, o ile cena akcji będzie w przedziale [60,70)
cena akcji za rok – 110, o ile cena akcji \geq 70

Ile wynosi cena takiego instrumentu przy założeniu braku kosztów transakcyjnych oraz braku możliwości arbitrażu ? (podaj najbliższą wartość)

- A) 6,8
- B) 7,7
- C) 8,6
- D) 9,5
- E) 10,4

4. Bieżąca rynkowa krzywa zerokuponowa w PLN dana jest funkcją $f(t) > 0$ dla $t > 0$, gdzie $f(t)$ – stopa zerokuponowa w skali roku, t - czas inwestycji w latach. Uniemożliwiający arbitraż kurs terminowy USD / PLN dany jest funkcją:

$$g(t) = 4 \cdot \left(\frac{1 + f(t)}{1.02 + \frac{t}{300}} \right)^t,$$

gdzie $g(t)$ – t -letni kurs terminowy 1 USD wyrażony w PLN.

Bieżący kurs wynosi 1 USD = 4 PLN.

Ile wynosi wartość bieżąca 5-letniej obligacji skarbowej denominowanej w USD o kuponie rocznym 150 USD i nominale 1200 USD ? Podaj najbliższą wartość.

- A) 6 493 PLN
- B) 6 597 PLN
- C) 6 672 PLN
- D) 6 741 PLN
- E) 6 825 PLN

5. Rachunek oszczędnościowy założono w chwili 0 bez początkowych wpłat. Następnie na rachunek dokonywane są w sposób ciągły wpłaty z roczną intensywnością C_t w chwili $t > 0$. Ciągła intensywność oprocentowania środków na rachunku wynosi $\delta_t = \frac{1}{1+t}$. Zakumulowana wartość funduszu w chwili $t > 0$ wynosi $B_t = (1+t)*t$. Wyznacz C_t .

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A) $t+1$
- B) t
- C) $\ln t$
- D) $\ln(t+1)$
- E) 1

6. Niech $dur(\cdot)$ oznacza duration. Oblicz wartość obecną nieskończonej renty ciągłej o intensywności płatności t^3 w chwili t , jeżeli $dur\left(\bar{a}_{\infty|}\right) = \alpha$, zaś intensywność oprocentowania wynosi δ .

Odpowiedź:

- A) $3\alpha \bar{a}_{\infty|}$,
B) $\frac{3\alpha \bar{a}_{\infty|}}{\delta^2}$,
C) $\frac{3\alpha \delta \bar{a}_{\infty|}}{1 + \delta}$,
D) $4\alpha \bar{a}_{\infty|}$,
E) $\frac{4\alpha}{\delta^2}$

7. Bank udzielił 30-letniego kredytu mieszkaniowego w kwocie 500 000 zł. Kredytobiorca spłaca równe miesięczne raty z dołu, przy nominalnej rocznej stopie oprocentowania 6 %. Niektóre raty są spłacane z opóźnieniem, za co kredytobiorca płaci karę w wysokości $\frac{1}{30}$ kwoty odsetek zawartych w danej racie. Prawdopodobieństwo, że kredytobiorca spóźni się w danym miesiącu z płatnością raty wynosi 0,05 (jest identyczne dla każdej z rat). Wartość oczekiwana łącznej kwoty kar zapłaconych przez kredytobiorcę z tytułu opóźnień wynosi (podaj najbliższą wartość):

- A) 765
- B) 815
- C) 865
- D) 915
- E) 965

-
8. Znaleźć wartość obecną renty wieczystej, która wypłaca kwotę $1/k$ na koniec roku k ($k = 1, 2, 3, \dots$).

Stopa dyskontowa $i = 5\%$. Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A) 3.025
- B) 3.045
- C) 3.065
- D) 3.085
- E) 3.105

9. Zakład ubezpieczeń majątkowych emituje 10-letnią obligację katastroficzną z rocznym kuponem X i nominałem 1200 zł. W momencie wystąpienia pierwszej katastrofy wszystkie przyszłe płatności z tytułu obligacji zostają umorzone. Ile wynosi kupon tej obligacji jeżeli:

- a) prawdopodobieństwo co najmniej jednej katastrofy w każdym roku $p = 5\%$ i są one niezależne,
- b) druga i kolejne katastrofy w dowolnym czasie nie mają wpływu na płatności z obligacji,
- c) inwestorzy dyskontują wszystkie płatności z obligacji stopą $i = 8\%$ w skali roku,
- d) rynkowa cena obligacji wynosi 850.

Podaj najbliższą wartość:

- A) 86
- B) 90
- C) 94
- D) 98
- E) 102

10. Współczynnik delta rocznej europejskiej opcji kupna (pochodna ceny opcji względem ceny instrumentu podstawowego) wynosi $\Delta_C = 0.9332$. Wiadomo, że:

- Odchylenie standardowe zmienności cen akcji wynosi $\sigma = 0.3$,
- Roczna ciągła stopa procentowa wolna od ryzyka $\delta = 10\%$,
- Bieżąca cena akcji wynosi 100.

Wyznacz obecną cenę rocznej europejskiej opcji sprzedaży. Do oszacowania wartości opcji należy użyć modelu Blacka-Scholesa. Przybliżone wartości dystrybuanty standardowego rozkładu normalnego $N(0,1)$ podaje tabela:

t	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35
N(t)	0.5000	0.5199	0.5398	0.5596	0.5793	0.5987	0.6179	0.6368
t	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75
N(t)	0.6554	0.6736	0.6915	0.7088	0.7257	0.7422	0.7580	0.7734
t	0.8	0.85	0.9	0.95	1	1.05	1.1	1.15
N(t)	0.7881	0.8023	0.8159	0.8289	0.8413	0.8531	0.8643	0.8749
t	1.2	1.25	1.3	1.35	1.4	1.45	1.5	1.55
N(t)	0.8849	0.8944	0.9032	0.9115	0.9192	0.9265	0.9332	0.9394
t	1.6	1.65	1.7	1.75	1.8	1.85	1.9	1.95
N(t)	0.9452	0.9505	0.9554	0.9599	0.9641	0.9678	0.9713	0.9744
t	2	2.05	2.1	2.15	2.2	2.25	2.3	2.35
N(t)	0.9772	0.9798	0.9821	0.9842	0.9861	0.9878	0.9893	0.9906
t	2.4	2.45	2.5	2.55	2.6	2.65	2.7	2.75
N(t)	0.9918	0.9929	0.9938	0.9946	0.9953	0.9960	0.9965	0.9970
t	2.8	2.85	2.9	2.95	3	3.05	3.1	3.15
N(t)	0.9974	0.9978	0.9981	0.9984	0.9987	0.9989	0.9990	0.9992

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

Egzamin dla Aktuariuszy z 5 grudnia 2005 r.**Matematyka finansowa****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko:

Pesel:

OZNACZENIE WERSJI TESTU

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	B	
2	D	
3	C	
4	D	
5	A	
6	B	
7	E	
8	B	
9	D	
10	A	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.