

**Analiza rezerw na niewypłacone odszkodowania
i świadczenia z tytułu ubezpieczeń pozostałych
osobowych i majątkowych w oparciu o trójkąty szkód**

Raport „Analiza rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia z tytułu ubezpieczeń pozostałych osobowych i majątkowych w oparciu o trójkąty szkód” został przygotowany w Departamencie Systemów Informacyjnych i Standardów Nadzoru (DSS) kierowanym przez Panią Iwonę WOŹNIAK – Dyrektora Departamentu

Opracowanie merytoryczne:

Wojciech BIJAK – kierownik projektu

Mariusz SMĘTEK

Grzegorz SZYMAŃSKI

Wszelkie komentarze, propozycje oraz zapytania związane z raportem prosimy kierować do sekretariatu departamentu DSS:

Tel. (0-22) 54-87-356

Fax (0-22) 54-87-357

e-mail. sekretariat.dss@knufife.gov.pl

Spis treści

Spis treści	2
Wstęp.....	4
I Ryzyko związane z szacowaniem rezerw techniczno - ubezpieczeniowych	6
II Klasyfikacja modeli rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia	7
III Metody liczenia rezerwy IBNR w polskich zakładach ubezpieczeń	9
IV Metodologia analizy	10
IV.1 Podmioty i przedmiot analizy	10
IV.2 Obowiązek sprawozdawczy w zakresie informacji o odszkodowaniach i świadczeniach według roku zajścia i roku zgłoszenia szkody.....	11
IV.3 Trójkąt szkód.....	12
IV.4 Metodologia uzupełniania i korygowania danych	13
IV.5 Podział trójkątów szkód	15
IV.6 Modele wykorzystane w analizie	16
IV.7 Weryfikacja reszt.....	18
V Współczynniki rozwoju szkód i ich wykorzystanie	18
VI Analiza adekwatności rezerw – podejście kwantylowe	23
VI.1 Empiryczny narzut bezpieczeństwa	23
VI.2 Teoretyczny narzut bezpieczeństwa.....	26
VI.3 Prawdopodobieństwo wystarczalności rezerw	27
VII Analiza adekwatności rezerw – podejście kosztu kapitału	28
VII.1 Metodologia	28
VII.2 Algorytm wyznaczania narzutu bezpieczeństwa.....	29
VII.3 Wymagany narzut bezpieczeństwa	31
VII.4 Równoważność narzutów bezpieczeństwa.....	33
VIII Analiza zmienności przyszłych wypłat	34
VIII.1 Funkcja regresji zmienności przyszłych wypłat.....	34
VIII.2 Współczynnik ryzyka niedoszacowania rezerw.....	37
IX Inne wykorzystanie informacji statystycznych według roku zajścia szkody	38
IX.1 Wskaźnik szkodowości ostatecznej	38
IX.2 Średnia wartość szkody	39
IX.3 Wskaźnik wykorzystania rezerw szkodowych.....	40
Wnioski końcowe.....	44
Literatura	46

Załączniki	49
Załącznik 1. Współczynniki przejścia według roku zajścia i rozwoju szkód	49
Załącznik 2. Metody Chain-Ladder	53
Załącznik 3. Metodologia kosztu kapitału	56
Załącznik 4. Wykresy dopasowania funkcji regresji według grup ubezpieczeń	59
Załącznik 5. Podział ryzyka według grup i rodzajów ubezpieczeń w dziale II	62

Wstęp

Od roku 1999 kraje Unii Europejskiej podejmują działania mające na celu stworzenie jednolitego, efektywnego i konkurencyjnego w skali globalnej rynku usług finansowych. Realizowany jest Financial Services Action Plan (FSAP), który przewiduje wprowadzenie w najbliższym okresie istotnych zmian w sektorze ubezpieczeń. Zgodnie z planem FSAP mają zostać przyjęte między innymi nowe rozwiązania w zakresie rachunkowości ubezpieczeniowej i systemu monitorowania wypłacalności zakładów ubezpieczeń. W związku z powyższym wiele kwestii wymaga pilnego rozwiązania. Z punktu widzenia praktyki ubezpieczeniowej bardzo istotne jest określenie nowego podejścia do wyceny zobowiązań ubezpieczeniowych. Powszechnie w krajach Unii Europejskiej akceptuje się przyjęcie na potrzeby nowego systemu monitorowania wypłacalności (projekt Wypłacalności II) generalnej zasady wyceny zobowiązań techniczno-ubezpieczeniowych według ich wartości rynkowej.

Nie zostały jeszcze opracowane międzynarodowe standardy rachunkowości w zakresie wyceny zobowiązań ubezpieczeniowych i w związku z tym na potrzeby projekt Wypłacalność II powinny zostać przyjęte (być może czasowo) pewne rozwiązania zgodne z generalnymi zasadami określania zobowiązań techniczno-ubezpieczeniowych według wartości rynkowej. Jedno z proponowanych podejść definiuje tę wartość w oparciu o charakterystyki rozkładu prawdopodobieństwa przyszłych wypłat odszkodowań i świadczeń. Rozkłady takie można uzyskać stosując między innymi metody statystyczne i modele stochastyczne. Te metody i modele mogą stanowić podstawę nowego systemu wypłacalności.

Na konieczność dalszej harmonizacji przepisów prawa europejskiego w zakresie metod kalkulacji rezerw techniczno-ubezpieczeniowych zwraca się uwagę w wielu oficjalnych dokumentach Unii Europejskiej np. w raporcie Müllera¹, raporcie Manghettiego², raporcie KPMG³, raporcie grupy roboczej do spraw rezerw technicznych w ubezpieczeniach nie na życie.⁴

Rezerwom technicznym poświęcone są również dokumenty Komitetu Europejskich Nadzorców Ubezpieczeniowych i Funduszy Emerytalnych (CEIOPS) zawierające odpowiedzi na pytania nr 7 i 8 z tzw. drugiej fali zapytań Komisji Europejskiej skierowanej do CEIOPS w związku z koniecznością doprecyzowania rozwiązań w ramach programu Wypłacalność II⁵. Zaproponowane w odpowiedziach na pytania nr 7 i 8 rozwiązania poddane zostały przez CEIOPS weryfikacji empirycznej. W 2005 roku w krajach Unii Europejskiej przeprowadzone zostało tzw. ilościowe badanie wpływu (*Quantitative Impact Study 1 - QIS1*) poświęcone metodologii szacowania rynkowej wartości zobowiązań ubezpieczeniowych. Na potrzeby badania przyjęto, że rynkowa wartość zobowiązań ubezpieczeniowych może być określona jako wartość najlepszego oszacowania rezerw (przy wykorzystaniu pewnej miary tendencji

¹ Müller, H. (chairmanship), Report „Solvency of insurance undertakings”, Conference of the Insurance Supervisory Authorities of the Member States of the European Union, April 1997.

² Manghetti, G. (chairmanship), Report „Technical provisions in non-life insurance”, Conference of the Insurance Supervisory Authorities of the Member States of the European Union, 2000.

³ KPMP, European Commission, „Study into the methodologies to assess the overall financial position of an insurance undertaking from the perspective of prudential supervision”, May 2002.

⁴ European Commission, “Report of the working group on non-life technical provisions to the IC Solvency Subcommittee”, MARKT/2529/02-EN, September 2002.

⁵ Końcowa wersja odpowiedzi CEIOPS do Komisji Europejskiej znajduje się na stronie internetowej CEIOPS pod adresem http://www.ceiops.org/media/files/consultations/consultationpapers/DOC07_05.pdf.

centralnej – średniej, mediany itp.) oraz narzutu bezpieczeństwa (dodatkowego składnika ustalonego na podstawie warunku z góry określającego prawdopodobieństwo wystarczalności rezerw – kwantyla ustalonego rzędu lub składnika zależnego od odchylenia standardowego rezerw)⁶. W ramach badania QIS2 przeprowadzanego przez CEIOPS, poddano testowaniu dodatkowo możliwość wyceny zobowiązań w oparciu o metodologię kosztu kapitału.

Problematyka rezerw jest również w centrum uwagi środowiska aktuariuszy. Świadczyć o tym może np. liczba publikacji na ten temat. W pracy Schmidt [2005] „Bibliography on Loss Reserving”, zawarty jest spis około 600 pozycji (książek, artykułów i opracowań) dotyczących rezerw szkodowych w ubezpieczeniach.

Niniejszy raport stanowi kontynuację i rozwinięcie raportu opracowanego w UKNUiFE w 2002 roku⁷ analizującego rezerwy na niewypłacone odszkodowania i świadczenia z ubezpieczeń pozostałych osobowych i majątkowych. Od czasu powstania raportu UKNUiFE wzbogacił się o nowe dane przekazane przez zakłady ubezpieczeń. Poprawiła się w tym okresie jakość danych, a rynek ubezpieczeniowy poczynił postępy w osiąganiu stanu dojrzałości. Dlatego celem bieżącej analizy jest nie tylko przedstawienie zastosowania trójkątów szkód w szacowaniu ostatecznej wysokości szkód, w szacowaniu rezerw oraz w ustalaniu wybranych charakterystyk poszczególnych grup ubezpieczeń działu II (jak to miało miejsce w poprzednim raporcie), ale również:

1. zbadanie możliwości wykorzystania informacji finansowych i statystycznych dotyczących wypłaconych odszkodowań i świadczeń według roku zajścia i zgłoszenia szkody przekazywanych organowi nadzoru przez zakłady ubezpieczeń działu II prowadzące działalność w Polsce,
2. zbadanie możliwości i efektywności zastosowania, na bazie dostępnych danych finansowych i statystycznych oraz przy uwzględnieniu obecnego etapu rozwoju rynku ubezpieczeniowego, różnych metod statystycznych opartych na trójkątach szkód do szacowania i analizy rezerw.

Raport składa się z dziewięciu rozdziałów. W pierwszym rozdziale przedstawiono czynniki wpływające na proces szacowania rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia. W drugim rozdziale dokonano przeglądu modeli rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia. W kolejnym rozdziale dokonano zestawienia stosowanych w Polsce przez zakłady ubezpieczeń metod szacowania rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia, w szczególności rezerwy IBNR. Metodologia analizy została przedstawiona w rozdziale czwartym. W kolejnym rozdziale dokonano charakterystyki poszczególnych grup ubezpieczeń w oparciu o współczynniki rozwoju szkód. Rozdziały szósty i siódmy dotyczą oceny adekwatności rezerw techniczno-ubezpieczeniowych na niewypłacone odszkodowania i świadczenia zakładów ubezpieczeń działu II przeprowadzonej przy wykorzystaniu różnych podejść (kwantylowego i kosztu kapitału). W rozdziale ósmym dokonano analizy zmienności przyszłych wypłat odszkodowań i świadczeń. W ostatnim rozdziale wyniki analizy adekwatności rezerw zostały uzupełnione wynikami analizy statystycznej i wskaźnikowej. Raport kończy się wnioskami oraz spisem wykorzystanej literatury.

⁶ Końcowy raport z badania znajduje się na stronie internetowej CEIOPS pod adresem <http://www.ceiops.org/media/files/publications/submissionstotheec/CEIOPS-FS-0106Rev32006-03-17PA.pdf>

⁷ „Analiza rezerw na podstawie trójkątów szkód - badanie wstępne dla polskiego rynku ubezpieczeń”, W. Bijak M. Pawlak, M. Smętek w „Inwestycje finansowe i ubezpieczenia - tendencje światowe a polski rynek”, redakcja Krzysztof Jajuga, Wanda Ronka-Chmielowiec, Prace Naukowe AE we Wrocławiu Nr 990, Wrocław 2003, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, str. 432-441. Opracowanie jest również dostępne na stronie internetowej www.knuife.gov.pl

Analiza rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia została przeprowadzona przy wykorzystaniu dostępnego w UKNUiFE oprogramowania statystycznego (*Statistica*), aktuarialnego (*CROS*) oraz standardowego oprogramowania biurowego (*Microsoft Excel* z wbudowanym modulem *VisualBasic for Applications*).

I Ryzyko związane z szacowaniem rezerw techniczno - ubezpieczeniowych

Zakład ubezpieczeń, tak jak każde inne przedsiębiorstwo, w związku z prowadzoną przez siebie działalnością, narażony jest na różne rodzaje ryzyka mogące zagrozić jego egzystencji i doprowadzić do bankructwa. Jednak obok tych rodzajów ryzyka, które są typowe dla wszystkich instytucji (m.in. ryzyka inwestycyjnego, dopasowania aktywów i pasywów czy ryzyka ogólnego, takiego jak np. złe zarządzanie), w działalności zakładów ubezpieczeń występują rodzaje ryzyka właściwe tylko dla ubezpieczycieli. Szczególnie istotne spośród nich jest ryzyko związane z szacowaniem bieżących i przyszłych zobowiązań jakie mogą wynikać z zawartych umów ubezpieczenia, czyli rezerw techniczno – ubezpieczeniowych, a głównie rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia.

Ryzyko dla zakładu ubezpieczeń generowane jest przede wszystkim przez niedoszacowanie rezerw. **Niedostateczne oszacowanie** wartości rezerw technicznych może spowodować, że zakład ubezpieczeń nie będzie w stanie realizować wszystkich swoich zobowiązań wynikających z umów ubezpieczenia lub będzie musiał realizować je z dodatkowych środków. Jest to jedno z podstawowych technicznych zagrożeń dla wypłacalności zakładów ubezpieczeń.

Zawyżenie rezerw, pozytywne z punktu widzenia wypłacalności, może z kolei wywołać interwencję ze strony urzędów skarbowych w celu ujawnienia i opodatkowania rzeczywistych dochodów zakładu ubezpieczeń (zawyżone rezerwy powodują bowiem zmniejszenie wyniku technicznego zakładu ubezpieczeń). Rezerwy nie mogą być bowiem traktowane jako instrument polityki bilansowej zakładu ubezpieczeń służący przesuwaniu zysków na przyszłe okresy, powinny być one adekwatne do ciężących na zakładzie ubezpieczeń zobowiązań ubezpieczeniowych.

Ryzyko nieodpowiednich rezerw może być spowodowane wieloma czynnikami. Przy ustalaniu wartości rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia, konieczne jest uwzględnienie bowiem wiele czynników na nie wpływających, w szczególności:

- kwot szkody lub odszkodowania,
- wszelkich możliwych do przewidzenia wydatków i kosztów postępowania sądowego, w przypadku, kiedy spór zostanie przekazany na drogę sądową,
- kosztów, jakie będą musiały zostać zwrócone ubezpieczonemu, poniesione przez tego ostatniego w celu ograniczenia wartości szkód, jeżeli klauzula taka zawarta została w umowie ubezpieczenia (na przykład koszty związane z gaszeniem pożaru w przypadku umowy ubezpieczenia od pożaru lub koszty akcji ratunkowych w ubezpieczeniach morskich lub lotniczych),
- innych kosztów bezpośrednio związanych z uwzględnieniem roszczenia.

Spśród czynników **zależnych od zakładu ubezpieczeń (wewnętrznych)** największe znaczenie mają nieodpowiednie taryfy składek (zaniżanie stawek), niewłaściwe metody kalkulacji rezerw, brak odpowiednich, wiarygodnych i pełnych danych historycznych lub ich zła interpretacja. Do bardziej technicznych czynników zalicza się np.:

- trudności związane z ustalaniem udziału reasekuratorów w szkodach i rezerwach szkodowych oraz
- trudności związane z ustalaniem kosztów likwidacji szkód.

Zewnętrzne czynniki związane są głównie z rzeczywistym przebiegiem szkodowości np.: nieprzewidywanymi wahaniami częstości roszczeń (nagłymi zmianami branych pod uwagę czynników ryzyka), szkodami nieproporcjonalnymi do rozmiaru portfela ubezpieczeniowego (np. w wyniku zajścia katastrof naturalnych), bądź zmianami regulacji prawnych, zmianami politycznymi czy gospodarczymi. Listę takich czynników można uzupełniać również m.in. o poniższe pozycje:

- ogólną inflację oraz inflację dotyczącą poszczególnych grup ryzyka,
- zmiany przepisów prawnych, w szczególności dotyczące zmian w sposobie zarządzania szkodami oraz zmian w procesie likwidacji szkód,
- zmiany w świadomości oraz zachowaniu ubezpieczonych,
- zmiany w postępowaniu sądów i surowości ich orzecznictwa,
- zmiany społeczne i inne mające wpływ na ostateczną wartość szkód.

Ze względu na wagę problematyki tworzenia rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia ryzyko niedoszacowania/przeszacowania rezerw może być ograniczone zarówno przez same zakłady ubezpieczeń poprzez stosowanie odpowiednich procedur i metod przy wyznaczaniu wysokości rezerw (zadania związane z tymi procesami powinny być przeprowadzane przez odpowiednie osoby – w większości przypadków aktuariusy), jak i przez inne podmioty: audytorów oraz organ nadzoru ubezpieczeniowego.

Większość czynników ryzyka wymienionych powyżej może być brana pod uwagę jedynie w analizach prowadzonych na poziomie zakładu ubezpieczeń. W badaniach prowadzonych przez nadzór ubezpieczeniowy można uwzględnić tylko niektóre z nich. W dalszej analizie uwzględniony został jedynie wpływ inflacji.

II Klasyfikacja modeli rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia

Szacowanie rezerw szkodowych jest procesem prognozowania przyszłych wartości wypłat odszkodowań i świadczeń oraz innych przepływów pieniężnych związanych z rozliczaniem szkód np. kosztów likwidacji szkód, udziałów reasekuratorów w odszkodowaniach czy zwrotów i regresów. Można więc do tego celu wykorzystać różne metody i modele prognostyczne.

Klasyfikację modeli procesu rozliczania szkód w czasie można przeprowadzić według wielu kryteriów. W pracy G. Taylora i innych [2003]⁸ wprowadzony został podział modeli ze względu na:

- występowanie zmiennych losowych (modele deterministyczne i stochastyczne),
- występowanie zmiennych opóźnionych w czasie (modele statyczne i dynamiczne),

⁸ Taylor, G., G. McGuire, A. Greenfield, "Loss Reserving: Past, Present and Future", Research Paper Number 109, The University of Melbourne, September 2003.

- strukturę modelu - charakter powiązań między zmiennymi (cała gama modeli od modeli symptomatycznych⁹ do modeli przyczynowo-skutkowych bazujących na mikro danych (mikro-strukturalnych)),
- metody szacowania parametrów modeli (modele o parametrach szacowanych w drodze optymalizacji i metodami heurystycznymi).

Podział na modele deterministyczne i stochastyczne zależy od tego, czy w modelu procesu rozliczania szkód uwzględnia się zmienną określającą błędy losowe (składnik losowy) w przypadku modeli stochastycznych, czy też nie w przypadku modeli deterministycznych.

Podział na modele statyczne i dynamiczne zależy od tego czy w modelu procesu rozliczania szkód danego roku szkody uwzględnia się zmienne objaśniające opóźnione w czasie – modele dynamiczne, czy odnoszące się tylko do roku szkody – modele statyczne.

Podział ze względu na strukturę modelu obejmuje całą gamę modeli od modeli symptomatycznych opisujących tylko pewne zaobserwowane zależności do modeli przyczynowo-skutkowych wyjaśniających mechanizm powstawania szkody w określonej wysokości w zależności od czynników ryzyka związanych z poszczególnymi umowami ubezpieczenia (np. czynnikami taryfikacji a priori lub a posteriori) bazujących na mikro danych (modeli mikro-strukturalnych).

Ze względu na metody estymacji nieznanymi parametrów modelu wyróżnia się modele szacowane metodami optymalnymi tzn. optymalizującymi określone funkcje kryteriów np. przy pomocy metody największej wiarygodności lub metodami heurystycznymi - szacowane przy pomocy ustalonych algorytmów.

Omawiane w dalszej części pracy modele (w punkcie IV.6) mogą być scharakteryzowane następująco:

1. model Macka

- stochastyczny,
- statyczny,
- symptomatyczny,
- szacowany w sposób heurystyczny,

2. model Hertiga

- stochastyczny,
- statyczny,
- symptomatyczny,
- szacowany w sposób optymalny.

Inny podział modeli procesu rozliczania szkód w czasie jest związany ze sposobem uwzględniania poziomu bezpieczeństwa w rezerwach. Podział ten jest istotny gdyż wiąże się z różnym rozumieniem rynkowego sposobu wyceny zobowiązań ubezpieczeniowych. Wyróżnić można modele:

- uwzględniające poziom bezpieczeństwa rezerw poprzez przyjmowanie konserwatywnych założeń,

⁹ W pracy G. Taylora i innych [2003] modele tego rodzaju nazwane zostały jako *phenomenological models*.

- gwarantujące wystarczalność rezerw z góry określonym prawdopodobieństwem,
- gwarantujące przenoszenie portfela ubezpieczeniowego na zasadach rynkowych.

Wyczerpujący i syntetyczny opis powyższych klas modeli znaleźć można w piśmie Grupy Konsultacyjnej Europejskich Aktuariuszy (EACG) „Solvency II: Risk Margin Comparison” skierowanym do CEIOPS 13 lutego 2006 roku¹⁰.

Do klasy modeli umożliwiających uwzględnienie narzutu bezpieczeństwa rezerw poprzez przyjmowanie konserwatywnych założeń należą przede wszystkim stosowane powszechnie w Polsce klasyczne modele deterministyczne.

Modele gwarantujące wystarczalność rezerw z góry określonym prawdopodobieństwem muszą należeć do klasy modeli stochastycznych, gdyż rezerwy wyznacza się na poziomie kwantyla ustalonego rzędu w rozkładzie prognozowanych wartości zobowiązań ubezpieczeniowych.

Modele gwarantujące przenoszenie portfela ubezpieczeniowego na zasadach rynkowych są modelami ekonomicznymi operującymi wyceną zobowiązań ubezpieczeniowych przy pomocy metodologii kosztu kapitału. Metodologia kosztu kapitału szerzej została zaprezentowana w rozdziale VII.

III Metody liczenia rezerwy IBNR w polskich zakładach ubezpieczeń

Szacowanie rezerwy IBNR (rezerwy na szkody zaistniałe, lecz niezgłoszone zakładowi ubezpieczeń do dnia, na który tworzona jest rezerwa) w niewielkim stopniu uregulowane jest przepisami prawa. Zgodnie z §34 ust. 2 rozporządzenia Ministra Finansów z dnia 8 grudnia 2003 r. w sprawie szczególnych zasad rachunkowości zakładów ubezpieczeń (Dz. U. z 2003 r. Nr 218, poz. 2144 z późn. zm.) przy ustalaniu wartości rezerwy IBNR zakład ubezpieczeń uwzględnia dotychczasowy przebieg procesu likwidacji szkód w danej grupie ubezpieczeń, w tym liczbę i wielkość szkód zgłaszanych w następnych okresach sprawozdawczych, po okresie, na który tworzona była rezerwa. Dodatkowo §44 ust. 1 wskazuje, iż przyjęte przez zakład ubezpieczeń zasady tworzenia i metody ustalania rezerw techniczno-ubezpieczeniowych, jak również założenia dotyczące danych i wskaźników statystycznych wykorzystywanych przy ustalaniu rezerw powinny być stosowane w sposób ciągły. Niedopuszczalne są nieuzasadnione zmiany zasad, metod i założeń.

Uwzględniając doświadczenia wynikające z ustalania rezerw IBNR w przeszłości zakład ubezpieczeń może wybrać dowolną metodę szacowania tych rezerw. Niniejszy punkt prezentuje metody liczenia rezerw IBNR w polskich zakładach ubezpieczeń i został opracowany na podstawie raportu o stanie portfela zakładów ubezpieczeń działu II za rok 2004. Analizę przeprowadzono dla wybranych dziesięciu zakładów ubezpieczeń o zróżnicowanej strukturze i skali działalności.

Prawie wszystkie analizowane zakłady przy szacowaniu rezerwy IBNR stosują jedną z dwóch metod:

1. metodę Bornhuttera-Fergusona,
2. metodę Chain-Ladder (klasyczną bądź jej różne zmodyfikowane wersje),

¹⁰ Dostępny na stronie internetowej: http://www.gcactuaries.org/documents/ceiops_rmcomparison_130206.pdf

bądź metodę opartą na średniej ważonej z wyników otrzymywanych przy użyciu metod Chain-Ladder oraz Bornhuettera-Fergusona, czyli metodę Gunnara Benktandera. W pojedynczych przypadkach stosowane są metody Cape Cod, metoda wskaźnika szkodowości oraz metoda ryczałtowa.

Poszczególne metody zaliczone zostały przez zakłady ubezpieczeń, zgodnie z §31 rozporządzenia w sprawie szczególnych zasad rachunkowości zakładów ubezpieczeń do jednego z dwóch rodzajów metod:

- **metody aktuarialnej** - polegającej na ustalaniu rezerwy przy zastosowaniu matematyki ubezpieczeniowej, finansowej i statystyki,
- **metody ryczałtowej** - polegającej na ustalaniu rezerwy zbiorczo dla całego portfela ubezpieczeń lub jego części, jako ustalonego procentu (wskaźnik ryczałtowy) składki lub wartości wypłaconych odszkodowań i świadczeń.¹¹

IV Metodologia analizy

IV.1 Podmioty i przedmiot analizy

Analizie zostały poddane trójki szkód zawierające dane o wartości i liczbie wypłaconych odszkodowań i świadczeń w poszczególnych grupach ubezpieczeń bezpośrednich działu II uzyskane na podstawie rocznych sprawozdań finansowych i statystycznych zakładów ubezpieczeń za lata 1998 – 2004. Trójki szkód zostały sporządzone w oparciu o dane dotyczące odszkodowań i świadczeń wypłaconych brutto (w tym świadczenia w formie rent) z uwzględnieniem kosztów likwidacji szkód oraz zwrotów, regresów i odzysków, według roku zajścia szkody oraz według okresu rozwoju szkód. Ponadto w analizie została uwzględniona wartość rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia według roku zajścia szkody. Szczegółowo zakres informacji przekazywanych przez zakłady ubezpieczeń UKNUiFE dotyczących odszkodowań i świadczeń według roku zajścia i roku zgłoszenia szkody przedstawiono w rozdziale IV.2.

Analiza została przeprowadzona dla zagregowanej wartości wypłat odszkodowań i świadczeń oraz utworzonych rezerw dla każdej z 18 grup ubezpieczeń pozostałych osobowych i majątkowych¹². Zagregowane wartości uwzględniały wyniki 43 zakładów ubezpieczeń, które w badanych okresach sprawozdawczych prowadziły działalność operacyjną w dziale II.

Do określenia podmiotu analizy w dalszej części opracowania wykorzystywane jest pojęcie „jednostki”. Za jednostkę uznano zakład ubezpieczeń prowadzący działalność w pojedynczej grupie ubezpieczeń przynajmniej w jednym roku objętym analizą. Każdej jednostce odpowiada więc trójkąt szkód sporządzony na podstawie danych dotyczących wypłaconych odszkodowań i świadczeń przez pojedynczy zakład ubezpieczeń w jednej grupie ubezpieczeń. Ostatecznie analizą objęto 485 jednostek.

¹¹ Metoda ryczałtowa może być stosowana tylko wtedy, jeżeli uzyskane przy jej użyciu wyniki będą zbliżone do wyników uzyskanych przy użyciu metody indywidualnej. Wskaźnik ryczałtowy powinien być ustalany przy zachowaniu zasady ciągłości. Nieuzasadnione zmiany wielkości wskaźnika są niedopuszczalne.

¹² Podział na grupy ubezpieczeń według załącznika do ustawy z dnia 22 maja 2003 o działalności ubezpieczeniowej (Dz. U. z 2003 r. Nr 124, poz. 1151 z późn. zm.) zamieszczono w załączniku 5.

IV.2 Obowiązek sprawozdawczy w zakresie informacji o odszkodowaniach i świadczeniach według roku zajścia i roku zgłoszenia szkody

Doceniając wagę problematyki rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia z ubezpieczeń pozostałych osobowych i majątkowych dla bezpieczeństwa działania zakładów ubezpieczeń, nadzór ubezpieczeniowy zalecił¹³ zakładom gromadzenie i przesyłanie do organu nadzoru w ramach dodatkowego sprawozdania rocznego odpowiednich danych szkodowych, danych statystycznych opisujących szczegółowo odszkodowania oraz rezerwy na niewypłacone odszkodowania i świadczenia, m.in. dotyczących odszkodowań, kosztów likwidacji szkód, zwrotów, regresów i odzysków oraz danych dotyczących wysokości ustalanych rezerw w podziale na lata zajścia oraz zgłoszenia szkód.

Obowiązek sprawozdawczy w zakresie przekazywania organowi nadzoru informacji o odszkodowaniach i świadczeniach według roku zajścia i roku zgłoszenia szkody po raz pierwszy nałożony został na zakłady ubezpieczeń w Polsce rozporządzeniem Ministra Finansów z 31 grudnia 1998 roku w sprawie zasad sporządzania kwartalnych i rocznych sprawozdań finansowych przedstawianych organowi nadzoru przez zakłady ubezpieczeń (...) (Dz.U. z 1998 r. Nr 166 poz. 1215). W chwili obecnej podstawę prawną stanowi rozporządzenie Ministra Finansów z 30 marca 2005 roku w sprawie kwartalnych i dodatkowych rocznych sprawozdań finansowych i statystycznych zakładów ubezpieczeń (Dz.U. z 2005 r. Nr 51 poz. 465 z późn. zm.). Formularze sprawozdawcze (formularze 12.2, 12.3, 12.4) służące do realizacji tego obowiązku określone zostały w załączniku 3 do rozporządzenia Ministra Finansów z dnia 30 marca 2005 roku. Wzór takiego formularza został przedstawiony poniżej.

Tabela 1. Wzór formularza informacji o odszkodowaniach i świadczeniach według roku zajścia i roku zgłoszenia szkody

Wyszczególnienie	Suma		Rok ...	
	Liczba szkód	Wartość	Liczba szkód	Wartość
I. Odszkodowania i świadczenia wypłacone brutto bez zwrotów, regresów i odzysków				
a) odszkodowania i świadczenia wypłacone				
b) koszty likwidacji szkód				
1. w tym: szkody ponownie otwarte brutto				
a) odszkodowania i świadczenia wypłacone				
b) koszty likwidacji szkód				
c) w tym: koszt likwidacji szkód bez wypłaty odszkodowania				
2. Udział reasekuratora w odszkodowaniach i świadczeniach wypłaconych				
a) odszkodowania i świadczenia wypłacone				
b) koszty likwidacji szkód				
3. Odszkodowania i świadczenia wypłacone na udziale własnym				
a) odszkodowania i świadczenia wypłacone				
b) koszty likwidacji szkód				
II. Zwroty, regresy i odzyski uwzględnione w pozycji odszkodowania i świadczenia wypłacone brutto technicznego rachunku ubezpieczeń				
1. Zwroty, regresy i odzyski otrzymane				
a) na udziale reasekuratora				

¹³ Zalecenie to zostało określone pismem Prezesa PUNU z 21 września 1998 r. (NS/411/420/1/JB/98 oraz NS/410/190/JB/98). Pełny tekst pisma zamieszczono w Biuletynie PUNU "Wyniki sektora ubezpieczeń za rok 1998".

Wyszczególnienie	Suma		Rok ...	
	Liczba szkód	Wartość	Liczba szkód	Wartość
b) na udziale własnym				
2. Zwroty, regresy i odzyski należne				
a) na udziale reasekuratora				
b) na udziale własnym				
III. Rezerwy na nie wypłacone odszkodowania i świadczenia brutto				
1. Rezerwy na szkody zgłoszone i oszacowane bez uwzględnienia rezerw na koszty likwidacji szkód na koniec roku				
a) udział reasekuratora				
b) na udziale własnym				
2. Rezerwy na szkody zgłoszone i nie oszacowane bez uwzględnienia rezerw na koszty likwidacji szkód na koniec roku				
a) udział reasekuratora				
b) na udziale własnym				
3. Rezerwy na szkody zasze nie zgłoszone (IBNR) bez uwzględnienia rezerw na koszty likwidacji szkód, na koniec roku				
a) udział reasekuratora				
b) na udziale własnym				
4. Rezerwy na koszty likwidacji szkód zgłoszonych oszacowanych i nie oszacowanych, na koniec roku				
a) udział reasekuratora				
b) na udziale własnym				
5. Rezerwy na koszty likwidacji szkód zaszych nie zgłoszonych (IBNR), na koniec roku				
a) udział reasekuratora				
b) na udziale własnym				
IV. Suma odszkodowań i świadczeń brutto oraz rezerw brutto na koniec roku				
V. Suma rezerw brutto na koniec poprzedniego roku sprawozdawczego				
VI. Przeszacowanie/niedoszacowanie rezerw				

Odpowiednie zapisy dotyczące prowadzenia rejestru szkód przez zakłady ubezpieczeń znajdują się w rozporządzeniu Ministra Finansów z dnia 8 grudnia 2003 r. w sprawie szczególnych zasad rachunkowości zakładów ubezpieczeń (Dz.U. z 2003 r. Nr 218 poz. 2144 z późn. zm.). Z zapisów § 11. wynika, że zakłady powinny rejestrować szkody (roszczenia) zgłoszone w sposób umożliwiający uzyskanie dla każdej szkody oddzielnie między innymi informacji o dacie wystąpienia szkody oraz dacie zgłoszenia szkody (roszczenia), grupie i rodzaju ubezpieczenia, którego szkoda dotyczy, wartości roszczenia odszkodowawczego lub jego oszacowania, wartości (części lub całości) wypłaconego odszkodowania i daty wypłaty, wartości niewypłaconego odszkodowania ujętego w rezerwie. Ponadto zgodnie z zapisami § 13. zakłady powinny prowadzić rejestry regresów i odzysków dla działalności bezpośredniej w sposób umożliwiający uzyskanie między innymi następujących informacji: wartości roszczeń, wartości otrzymanych regresów i odzysków. Rejestry te należy prowadzić w sposób umożliwiający ustalenie wartości regresów i odzysków związanych z daną szkodą, jak również ustalenie wartości regresów i odzysków w podziale na lata zgłoszenia szkody oraz lata zaistnienia szkody, których regresy i odzyski dotyczą.

IV.3 Trójkąt szkód

Dla celów oszacowania wartości oraz liczby ostatecznych odszkodowań i świadczeń oraz oszacowania wielkości rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia w analizie

wykorzystano historyczne dane o szkodach. Dane historyczne można przedstawić w postaci trójkątów szkód¹⁴:

Rysunek 1. Układ danych wejściowych w formie trójkąta szkód

Wyszczególnienie		Lata rozwoju szkód (j)								\hat{R}_i
		1	2	...	j	j+1	...	I-1	I	
Lata zajścia szkód (i)	1	$Y_{1,1}$	$Y_{1,2}$...	$Y_{1,j}$	$Y_{1,j+1}$...	$Y_{1,I-1}$	$Y_{1,I}$	\hat{R}_1
	2	$Y_{2,1}$	$Y_{2,2}$...	$Y_{2,j}$	$Y_{2,j+1}$...	$Y_{2,I-1}$	$\hat{Y}_{2,I}$	\hat{R}_2
	3	$Y_{3,1}$	$Y_{3,2}$...	$Y_{3,j}$	$Y_{3,j+1}$...	$\hat{Y}_{3,I-1}$	$\hat{Y}_{3,I}$	\hat{R}_3

	i	$Y_{i,1}$	$Y_{i,2}$...	$Y_{i,j}$	$\hat{Y}_{i,j+1}$...	$\hat{Y}_{i,I-1}$	$\hat{Y}_{i,I}$	\hat{R}_i

	I-1	$Y_{I-1,1}$	$Y_{I-1,2}$...	$\hat{Y}_{I-1,j}$	$Y_{I-1,j+1}$...	$\hat{Y}_{I-1,I-1}$	$\hat{Y}_{I-1,I}$	\hat{R}_{I-1}
	I	$Y_{I,1}$	$\hat{Y}_{I,2}$...	$\hat{Y}_{I,j}$	$\hat{Y}_{I,j+1}$...	$\hat{Y}_{I,I-1}$	$\hat{Y}_{I,I}$	\hat{R}_I

gdzie:

- $i, j = 1, \dots, I$ (najwcześniejszy rok sprawozdawczy oznaczono numerem 1, natomiast ostatni rok sprawozdawczy numerem I),
- $Y_{i,j}$ – wartość odszkodowań i świadczeń z tytułu szkód zaszłych w roku i oraz wypłaconych w j -tym roku rozwoju szkód¹⁵, dla $i + j \leq I + 1$,
- $\hat{Y}_{i,j}$ – prognozowana wartość $Y_{i,j}$, dla $i + j > I + 1$,
- \hat{R}_i – oszacowanie wartości szkód zaszłych w roku i , a niewypłaconych do roku I (wartość rezerwy na niewypłacone odszkodowania i świadczenia za szkody zaszłe w roku i).

Suma wartości szkód po skosie $Y_k = \sum_{i=1}^k Y_{i,k+1-i}$ oznacza wartość szkód wypłaconych w roku k za szkody zaszłe w latach $i = I, \dots, k$.

IV.4 Metodologia uzupełniania i korygowania danych

Do normalnej praktyki aktuarialnej i statystycznej należy weryfikacja i modyfikacja danych przenoszonych z rejestrów szkód do trójkątów szkód będących podstawą do wyznaczania rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia. Dokonywane to jest z wielu powodów, w tym między innymi w celu: usunięcia wyników dotyczących nietypowych obserwacji (pojedynczych dużych szkód), usunięcia rozbieżności między różnymi rejestrami oraz uzupełnienia brakujących danych.

Wartość szkód wypłaconych w danej grupie ubezpieczeń w danym roku wykazanych w formularzach odszkodowań, świadczeń i rezerw szkodowych według roku zajścia szkody powinna być równa wartości odszkodowań i świadczeń wypłaconych brutto wykazanych w technicznym rachunku ubezpieczeń tej samej grupy za ten sam rok. Jednakże nie dla każdej analizowanej jednostki równość ta była spełniona. W przypadku znacznej różnicy wartości (ponad 20%) pomiędzy sprawozdaniami, wartości wypłaconych odszkodowań i świadczeń

¹⁴ W trójkącie szkód wykorzystanym w analizie lata rozwoju odpowiadają rocznym okresom sprawozdawczym. Precyzyjne określenie okresu rozwoju wymagałoby dysponowania informacjami o pojedynczych szkodach.

¹⁵ $Y_{i,j}$ może również oznaczać, w zależności od tego jakie dane prezentuje się w formie trójkąta szkód, udział reasekuratorów w szkodach, liczbę szkód zaszłych, zgłoszonych albo liczbę szkód w pełni wypłaconych itp.

w trójkącie szkód były uzupełniane lub korygowane o wartości wykazane w technicznym rachunku ubezpieczeń. W celu uzupełnienia lub korekty pozycji Y_{ij} skonstruowano współczynnik udziału szkód rozliczonych w okresie j w szkodach wypłaconych w roku K :

$$\hat{\vartheta}_{j,ZU} = \frac{\sum_{i=K+1-j} Y_{i,j}}{\sum_{k=K, k \geq j} Y_k}. \text{ Analogicznie, przy wykorzystaniu danych ogółem w grupie,}$$

skonstruowany został współczynnik $\hat{\vartheta}_{j,OG}$. Uzupełniona wartość wynosi $Y_{i,j} = \hat{\vartheta}_{j,ZU} Y_K^{TRU}$, gdzie Y_K^{TRU} to wartość odszkodowań i świadczeń wypłaconych brutto wykazanych w technicznym rachunku ubezpieczeń w roku $K=i+j-1$, $\hat{\vartheta}_j = (\varpi \hat{\vartheta}_{j,OG} + (28 - \varpi) \hat{\vartheta}_{j,ZU}) / 28$, ϖ to ilość uzupełnianych lub korygowanych pozycji w trójkącie szkód analizowanej jednostki. Uzupełnień lub korekt dokonano w blisko 1/3 analizowanych jednostek.

W podobny sposób zostały uzupełnione dane dotyczące liczby szkód¹⁶. W celu uzupełnienia brakujących danych o liczbie szkód wykorzystano dostępne w organie nadzoru informacje o liczbie wypłat w poszczególnych grupach ubezpieczeń (sprawozdanie statystyczne o działalności ubezpieczeniowej zakładów ubezpieczeń – KNUiFE – 02). Porównanie liczb szkód i wypłat wykazało, iż dla większości analizowanych jednostek liczby te różniły się nieznacznie i mogły stanowić podstawę dalszej analizy. Uzupełnień danych o liczbie szkód dokonano zgodnie ze współczynnikami oszacowanymi analogicznie jak w przypadku wysokości szkód. Choć dokonano jedynie uzupełnień, bez dokonywania korekt, to uzupełnienia dotyczyły blisko 1/2 analizowanych jednostek.

W celu określenia jakości dokonanych korekt i uzupełnień został skonstruowany współczynnik jakości danych

$$\lambda = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^I (Y_k^N - Y_k^{TRU})^2}}{\sqrt{\sum_{k=2}^I (Y_k^S - Y_k^{TRU})^2}}$$

określający jaka część błędu pozostała do usunięcia, gdzie Y_k^{TRU} oznacza wartość odszkodowań i świadczeń wypłaconych brutto wykazanych w technicznym rachunku ubezpieczeń w roku k , natomiast Y_k^S i Y_k^N oznaczają wartość odszkodowań i świadczeń wypłaconych brutto w roku k na podstawie trójkąta szkód odpowiednio przed i po korekcie. Wartości współczynników dla agregatów ogółem w poszczególnych grupach zostały podane w tabeli.

Tabela 2. Współczynnik jakości danych według grup ubezpieczeń

Wyszczególnienie	Grupa ubezpieczeń								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Wartości	0,0914	0,0633	0,1224	0,7700	0,0143	1,3718	0,0496	0,1914	0,0923
Liczby	0,1466	1,2678	0,2180	0,9667	1,0940	0,6479	1,0430	0,3718	0,2730
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Wartości	0,0644	0,9235	0,5621	0,1748	0,1291	0,2696	0,0590	0,0015	0,0051
Liczby	0,5437	1,0070	0,9694	0,5378	0,3453	1,0165	1,0323	0,3977	0,2040

¹⁶ Zgodnie z notami objaśniającymi do formularzy sprawozdawczych liczba szkód rozumiana jest jako liczba zaistniałych zdarzeń losowych, dla których wartość odszkodowania jest większa od zera.

Poprzez uzupełnianie i dokonanie korekt trójkątów szkód zawierających wartości wypłaconych odszkodowań i świadczeń usunięto blisko 3/4 błędów, natomiast w wyniku dokonanych uzupełnień trójkątów szkód zawierających liczby szkód usunięto niecałą 1/3 błędów¹⁷.

Podczas analizy danych zawartych w sprawozdaniu finansowym i statystycznym w części dotyczącej liczby szkód według roku zajścia i zgłoszenia szkody zauważono wiele powtarzających się błędów. Dotyczyły one przede wszystkim przypadków nieuzupełniania wybranych pól oraz błędów w sumowaniu. Począwszy od 2002 roku ilość popełnianych błędów znacząco się zmniejszyła w wyniku dołączenia not wyjaśniających do sprawozdania, a dotyczących zasad wykazywania liczby szkód według roku zajścia i zgłoszenia szkody. Ze względu na ilość błędów oraz tylko częściowe usunięcie błędów, trójkąty szkód zawierające liczby szkód zostały wykorzystane jedynie do obliczenia średniej wartości szkody w poszczególnych grupach ubezpieczeń.

W sprawozdaniu zawierającym wykaz odszkodowań i świadczeń działu II z działalności bezpośredniej według roku zajścia szkody, szkody powstałe w roku 1998 i w latach poprzednich zostały połączone w jedną grupę. Dla potrzeb analizy szkody te zostały rozbite na dwie grupy: szkody zaszły w roku 1998 oraz szkody zaszły przed 1998 rokiem. Rozbicie to

zostało dokonane na podstawie oszacowanych współczynników $\hat{g}_j^{1998} = \hat{g}_j / \sum_{a=j}^{\infty} \hat{g}_a$.

W dalszej analizie wykorzystywane były jedynie oszacowane szkody zaszły w 1998 roku.

Dla wszystkich analizowanych jednostek dane dotyczące wartości wypłaconych odszkodowań zostały skorygowane wskaźnikiem cen towarów i usług konsumpcyjnych. Wartość wypłaconych odszkodowań i świadczeń wyrażona została w cenach roku 2004.

Współczynniki przejścia według roku zajścia i rozwoju szkód wyznaczone na podstawie skumulowanych wypłaconych odszkodowań i świadczeń oraz utworzonych na koniec 2004 r. rezerw ogółem dla poszczególnych grup ubezpieczeń zamieszczono w załączniku 1.

IV.5 Podział trójkątów szkód

Trójkąty szkód zostały podzielone na 4 kategorie:

- pełne trójkąty – są to trójkąty tych analizowanych jednostek, które dokonały wypłaty odszkodowań i świadczeń za szkody zaszły we wszystkich 7 latach, przy czym rozpoczęcie wypłat musi nastąpić w tym samym roku co zajście szkody oraz suma wypłat za szkody zaszły w danym roku nie może być ujemna (tzn. zwroty i regresy nie mogą przekroczyć wypłat),
- niepełne trójkąty – są to trójkąty tych analizowanych jednostek, które dokonały wypłat w co najmniej 3 kolejnych latach początkowych albo w co najmniej 2 kolejnych latach końcowych,

¹⁷ W nielicznych przypadkach wartość współczynnika jest większa niż 1. Nie oznacza to, iż zwiększyła się wartość błędu dla jakiegokolwiek analizowanej jednostki. Przykładowo w jednej z grup dla jednego zakładu ubezpieczeń usunięto błąd poprzez zwiększenie wartości odszkodowań w trójkącie o blisko 0,6 mln. Przed dokonaniem korekty dla innego zakładu ubezpieczeń wartość w trójkącie była o ponad 1,6 mln wyższa niż w technicznym rachunku ubezpieczeń, ale nie było konieczności dokonywania korekty ponieważ błąd nie był znaczący. Po dokonaniu uzupełnienia w pierwszym zakładzie ubezpieczeń i niedokonywaniu korekty w drugim zakładzie, wartość błędu dla agregatu ogółem wzrosła z ok. 1 mln do ok. 1,6 mln. W podobny sposób można wyjaśnić wartości współczynnika większe od 1 w pozostałych przypadkach.

- brak wypłat w trójkącie – są to trójkąty analizowanych jednostek, które nie dokonały żadnych wypłat,
- sporadyczne wypłaty w trójkącie – są to pozostałe trójkąty (tylko kilka wypłat, przerwy w okresach zajścia szkód, regresy i zwroty większe niż wypłacone odszkodowania).

Na podstawie analizy trójkątów szkód zawierających wartości wypłat wynika, że niewiele więcej niż 13% analizowanych jednostek nie dokonało żadnej, a następne 32% analizowanych jednostek dokonało jedynie sporadycznych wypłat odszkodowań i świadczeń w latach 1998-2004. Z tych względów trójkąty szkód dla tych jednostek nie były poddane analizie. Pełnej analizie adekwatności rezerw poddano blisko 35% analizowanych jednostek, dla których można było zbudować pełne trójkąty szkód. Natomiast pozostałe 20% jednostek dokonywało wypłat jedynie w początkowym albo końcowym okresie analizy. Dla tych jednostek została przeprowadzona jedynie uproszczona analiza adekwatności rezerw. Szczegółowy podział trójkątów szkód według grup ubezpieczeń został przedstawiony w tabeli.

Tabela 3. Analizowane jednostki według rodzajów trójkątów oraz grup ubezpieczeń

Rodzaj trójkąta	Grupa ubezpieczeń																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Pełne trójkąty	18	12	16	0	2	5	13	20	20	18	2	3	21	3	4	6	0	5
Niepełne trójkąty	9	5	9	4	1	1	4	9	8	8	1	0	6	8	6	5	4	9
Sporadyczne wypłaty	10	12	8	3	3	6	15	8	10	8	3	2	9	13	13	13	7	11
Brak wypłat	0	4	1	4	4	2	4	0	1	1	3	8	2	4	7	11	9	1

W zależności od zakresu informacji dotyczących poszczególnych jednostek, przyjęto następujące założenia:

- Analiza adekwatności rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia dla jednostek o niepełnych trójkątach szkód została przeprowadzona jedynie poprzez porównanie utworzonych rezerw z rezerwami wyznaczonymi klasyczną metodą Chain-Ladder. Za współczynniki przejścia w poszczególnych jednostkach przyjęto średnie ważone wartości współczynników rozwoju skumulowanych wypłat szkód analizowanej jednostki oraz agregatu ogółem w danej grupie;
- Analiza adekwatności rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia oraz analiza zmienności rezerw dla jednostek o pełnych trójkątach szkód została przeprowadzona przy wykorzystaniu współczynników przejścia wyznaczonych metodą Chain-Ladder. Analizie została poddana zarówno zmienność wypłacanych odszkodowań i świadczeń w kolejnych latach rozliczania szkód, wysokość tworzonych rezerw, jak i wysokość stosowanego narzutu bezpieczeństwa.

IV.6 Modele wykorzystane w analizie

W analizie pełnych trójkątów szkód zostały wykorzystane dwa podejścia oparte na modelach:

- parametrycznym zaproponowanym przez J. Hertiga¹⁸;
- nieparametrycznym zaproponowanym przez T. Macka¹⁹.

¹⁸ J. Hertig, A statistical approach to the IBNR-reserves in marine insurance. ASTIN Bulletin, 1985, 15, s. 171-183 oraz G. Taylor, Loss Reserving – An Actuarial Perspective. Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London 2000, s. 196-203.

J. Hertig oraz T. Mack zaproponowali i wyprowadzili estymatory przyszłych wypłat odszkodowań i świadczeń, odchylenia standardowego tych wypłat, a tym samym i estymatory rezerw i ich odchylenia standardowego. Znajomość takich charakterystyk umożliwia statystyczny opis wielkości rezerw utworzonych przez analizowane jednostki.

Zarówno model Macka, jak i model Hertiga, opierają się na trójkącie skumulowanych wypłat

szkód $C_{i,j} = \sum_{a=1}^j Y_{i,a}$, gdzie $i=1, \dots, I$ to rok zajścia szkody, $j=1, \dots, I$ to okres opóźnienia

wypłaty szkody. Ostateczna wartość szkód zaszych w roku i jest równa $C_{i,N} = R_i + \sum_{j=1}^I Y_{i,j}$.

W modelu nieparametrycznym **T. Macka** przyjmuje się założenia:

- istnieją współczynniki przejścia ξ_j , dla których $E[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = C_{i,j} * \xi_j$, $1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq I-1$
- szkody według roku zajścia szkody $\{C_{i,1}, \dots, C_{i,J}\}, \{C_{j,1}, \dots, C_{j,J}\}, i \neq j$ są niezależne,
- wariancja $C_{i,j+1}$ jest równa $V[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = C_{i,j} \sigma_j^2, 1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq I-1$, gdzie σ_j^2 jest nieznanym parametrem.

Zatem współczynnik przejścia ξ_j jest równy ilorazowi $C_{i,j+1}/C_{i,j}$, czyli ilorazowi wartości wypłat dokonanych w ciągu $j+1$ lat do wartości wypłat dokonanych w ciągu j lat.

W modelu parametrycznym **J. Hertiga** przyjmuje się założenia:

- wartości skumulowanych szkód są dodatnie $C_{i,j} > 0$,
- logarytm ilorazu skumulowanych szkód w dwóch następujących po sobie okresach rozwoju szkód jest stały niezależnie od okresu zajścia szkody z dokładnością do składnika losowego,
- składnik losowy jest niezależny i ma rozkład normalny $\eta_{i,j} \sim N(0, \sigma_j^2)$.

Zatem $\log[C_{i,j+1} / C_{i,j}] = \log[u_{j+1} / u_j] + \eta_{i,j}$

gdzie:

$\log[u_{j+1} / u_j] = \xi_j$ - współczynnik rozwoju,

u_j - współczynnik wypłat szkód w okresie rozwoju j .

Stąd $\log[C_{i,j+1} / C_{i,j}] \sim N(\xi_j, \sigma_j^2)$.

Szczegółowy opis stosowanych modeli zamieszczono w załączniku 2.

¹⁹ T. Mack, Distribution-free calculation of the standard error of Chain Ladder reserve estimates. ASTIN Bulletin, 1993; 23; 213-225 oraz G. Taylor, Loss Reserving – An Actuarial Perspective. Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London 2000, s. 203-218.

IV.7 Weryfikacja reszt

Większość modeli wykorzystywanych do analizy trójkątów szkód opiera się na założeniu dotyczącym rozkładu szkód lub rozkładu współczynników przejścia (rozwoju szkód). W celu zbadania typu tych rozkładów analizie zostały poddane wystandaryzowane reszty otrzymane w wyniku zastosowania modelu Macka. Model ten nie wymaga żadnych założeń co do postaci funkcyjnej rozkładu szkód ani współczynników przejść. Analiza otrzymanych reszt była punktem wyjścia do weryfikacji hipotez o postaci funkcyjnej rozkładu szkód i współczynników przejścia.

Próby dopasowania teoretycznych rozkładów do empirycznego rozkładu reszt zakończyły się niejednoznacznymi wynikami²⁰. Według statystyki Kołmogorowa-Smirnowa wśród 18 grup ubezpieczeń, z jednej strony najczęściej poprawnym rozkładem jest rozkład inny niż normalny, natomiast z drugiej strony to właśnie rozkład normalny był najlepiej dopasowywanym rozkładem teoretycznym. W każdej z 18 grup ubezpieczeń według statystyki χ^2 , rozkład normalny jest lepiej dopasowany niż rozkład lognormalny wykorzystywany w modelu Hertiga.

Próba weryfikacji hipotez o postaci rozkładu reszt nasuwa kilka wniosków. Po pierwsze, dane rynkowe nie zawsze spełniają założenia wymagane przez odpowiednie modele i metody, co w konsekwencji może prowadzić do nieadekwatności stosowanych metod i braku wiarygodności otrzymywanych wyników. Po drugie, metody weryfikacji reszt nie dają uniwersalnych, jednoznacznych rozstrzygnięć i nie mogą być wykorzystane jako kryterium wyboru najbardziej adekwatnej metody analizy. Przy wyborze metody analizy należy przede wszystkim uwzględnić specyfikę rynku i charakter ubezpieczeń w poszczególnych grupach ubezpieczeń.

Jednakże w niektórych grupach ubezpieczeń weryfikacja reszt oraz dopasowanie rozkładów zakończyło się sukcesem. Chociaż rozkład normalny wydaje się być trafniejszym rozkładem charakteryzującym wartość szkód niż rozkład lognormalny, to ze względu na powszechne wykorzystywanie rozkładu lognormalnego w literaturze dotyczącej rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia, analiza rezerw została przeprowadzona także w oparciu o model Hertiga.

V Współczynniki rozwoju szkód i ich wykorzystanie

Niniejszy punkt koncentruje się na oszacowaniu dla poszczególnych grup ubezpieczeń bezpośrednich działu II przeciętnych relacji zachodzących między wypłatami dokonаныmi w latach sąsiednich, czyli tzw. **współczynników rozwoju szkód** (lub **współczynników przejścia**). Na ich bazie oraz na podstawie znanej wysokości wypłaconych odszkodowań i świadczeń dokonano projekcji wartości przyszłych wypłat zakładów ubezpieczeń, które z kolei posłużyły m.in. do klasyfikacji poszczególnych grup ubezpieczeń na grupy o krótkim i długim okresie rozliczania szkód.

Przyjmując założenie, że proces odchyień relacji między wypłatami w poszczególnych okresach rozwoju szkód nie podlega istotnym wahaniom, współczynniki rozwoju szkód oszacowano poprzez zastosowanie modelu Macka, zgodnie ze wzorem:

²⁰ Analiza dopasowania rozkładów została przeprowadzona w oparciu o rozkłady zawarte w pakiecie statystycznym Statistica, m. in.: rozkład normalny, lognormalny, gamma, beta, logistyczny, wykładniczy, Weibulla, wartości ekstremalnych oraz rozkład inny niż normalny.

$$\hat{s}_j = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^{7-j} C_{i,j+1}}{7-j} & \text{dla } j = 1, \dots, 6 \\ \frac{C_{1,Ostat}}{C_{1,7}} & \text{dla } j = 7 \end{cases}$$

gdzie $C_{i,j}$ to skumulowane wartości płatności zrealizowanych w latach od i do $i+j-1$ z tytułu szkód powstałych w roku i , $i=1998, \dots, 2004$,

$C_{i,Ostat}$ to całkowita wartość szkód zaszłych w roku i , wyznaczona jako suma skumulowanej wartości płatności zrealizowanych w latach od i do 2004 oraz utworzonej rezerwy na niewypłacone odszkodowania i świadczenia z tytułu szkód zaszłych w roku i .

Współczynniki przejścia oszacowano poprzez agregację wypłat dokonanych przez zakłady ubezpieczeń w poszczególnych grupach ubezpieczeń, przy zastosowaniu:

- trójkątów zawierających dane o wypłatach z tytułu szkód zaszłych od 1998 r. – dla wszystkich grup ubezpieczeń,
- trójkątów zawierających dane o wypłatach z tytułu szkód zaszłych od 1999 r. – dla 4 grup ubezpieczeń: grupy 7 (z tytułu ujemnych wartości wypłat dla dwóch lat rozwoju szkód), grup 11 i 12 (z tytułu dużych rozbieżności wartości wypłat pomiędzy latami) oraz grupy 17 (brak wypłat dla tego okresu).

Tabela 4. Oszacowane wartości współczynników rozwoju szkód

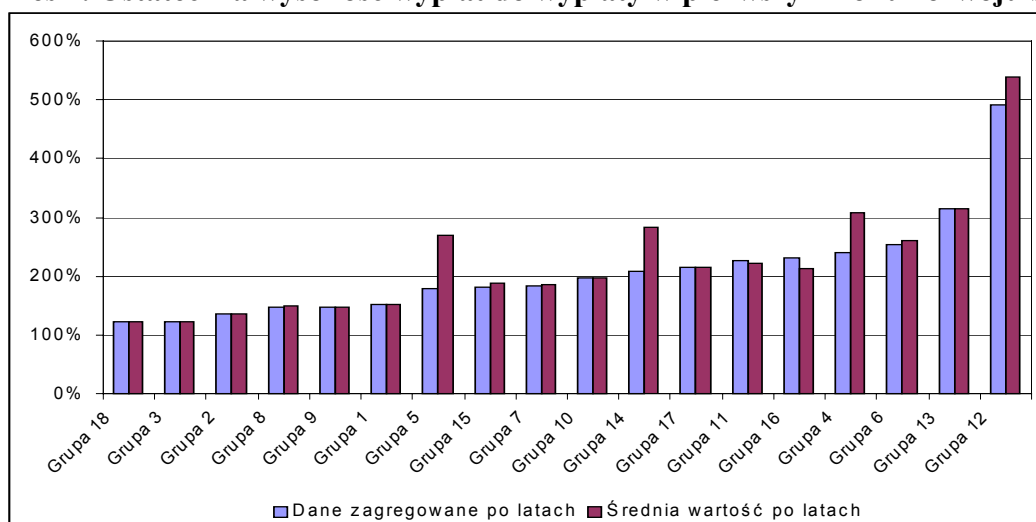
Grupa ubezpieczeń	1/2 rok	2/3 rok	3/4 rok	4/5 rok	5/6 rok	6/7 rok	Kolejne lata łącznie
Na podstawie trójkątów zawierających dane o wypłatach z tytułu szkód zaszłych od 1998 r.							
Grupa 1	147,76%	102,48%	100,48%	100,10%	100,17%	100,03%	100,05%
Grupa 2	129,80%	102,38%	100,55%	100,23%	100,03%	100,03%	100,60%
Grupa 3	120,69%	100,20%	100,14%	100,11%	100,11%	100,01%	100,20%
Grupa 4	206,32%	115,46%	100,00%	100,49%	100,00%	100,00%	100,00%
Grupa 5	160,14%	103,23%	104,41%	101,42%	101,61%	100,05%	100,00%
Grupa 6	213,47%	113,06%	103,51%	100,78%	100,11%	100,26%	100,53%
Grupa 7	149,39%	108,54%	104,93%	100,01%	99,78%	100,23%	125,01%
Grupa 8	136,98%	103,88%	101,44%	100,61%	100,27%	100,25%	101,36%
Grupa 9	137,77%	103,41%	101,41%	101,11%	100,29%	100,19%	100,94%
Grupa 10	137,31%	105,68%	102,80%	101,76%	101,54%	101,58%	126,23%
Grupa 11	105,08%	102,08%	100,31%	100,18%	100,16%	100,24%	101,43%
Grupa 12	239,47%	117,56%	112,40%	103,04%	100,58%	100,40%	113,71%
Grupa 13	157,62%	110,20%	106,40%	104,79%	108,32%	102,42%	146,79%
Grupa 14	179,32%	115,08%	103,20%	94,54%	98,38%	95,79%	110,27%
Grupa 15	170,02%	101,61%	99,53%	105,22%	98,31%	99,50%	102,67%
Grupa 16	184,32%	117,49%	100,50%	102,59%	100,63%	100,16%	102,16%
Grupa 17	185,89%	110,88%	104,36%	100,00%	100,00%	-	-
Grupa 18	118,87%	101,58%	100,05%	100,05%	100,00%	100,00%	100,42%
Na podstawie trójkątów zawierających dane o wypłatach z tytułu szkód zaszłych od 1999 r.							
Grupa 7	149,39%	108,54%	104,93%	100,01%	99,78%	100,23%	125,01%
Grupa 11	105,08%	102,08%	100,31%	100,18%	100,16%	100,24%	101,43%
Grupa 12	239,47%	117,56%	112,40%	103,04%	100,58%	100,40%	113,71%
Grupa 17	185,89%	110,88%	104,36%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Oszacowane wartości współczynników rozwoju szkód, uwzględniające dla grup 7, 11, 12 i 17 wyniki uzyskane na podstawie trójkątów zawierających dane o wypłatach z tytułu szkód zaszych od 1999 r., posłużyły do prognozy wartości przyszłych wypłat dla poszczególnych lat rozwoju szkody oraz ostatecznej wysokości wypłaty. Otrzymane rezultaty odniesione do wypłat w pierwszym roku rozwoju szkód prezentuje poniższa tabela.

Tabela 5. Ostateczna wysokość wypłat do wypłaty w pierwszym roku rozwoju szkód

Grupa ubezpieczeń	Wartość wskaźnika dla szkód łącznych zaszych do 2004 r.	Średnia wartość wskaźnika z wartości dla poszczególnych lat zajścia szkody
Grupa 1	152,68%	152,73%
Grupa 2	134,80%	134,76%
Grupa 3	121,61%	121,61%
Grupa 4	239,38%	307,61%
Grupa 5	177,96%	269,05%
Grupa 6	254,02%	259,45%
Grupa 7	182,67%	185,01%
Grupa 8	147,97%	148,59%
Grupa 9	148,16%	147,99%
Grupa 10	197,65%	197,80%
Grupa 11	225,35%	222,17%
Grupa 12	490,72%	537,85%
Grupa 13	315,37%	315,15%
Grupa 14	209,23%	283,99%
Grupa 15	181,69%	187,24%
Grupa 16	229,93%	213,29%
Grupa 17	215,10%	214,15%
Grupa 18	121,37%	122,04%

Wykres 1. Ostateczna wysokość wypłat do wypłaty w pierwszym roku rozwoju szkód



Ubezpieczenia grupy 3, 18, 2, 8, 9 oraz 1 należą do rodzajów ubezpieczeń, w których stosunkowo najczęściej wypłat realizowanych jest w roku zajścia szkody. Z kolei ubezpieczenia grup 12, 13, 6 i 4 należą do ubezpieczeń, gdzie w pierwszym roku rozlicza się całkowicie najmniej szkód.

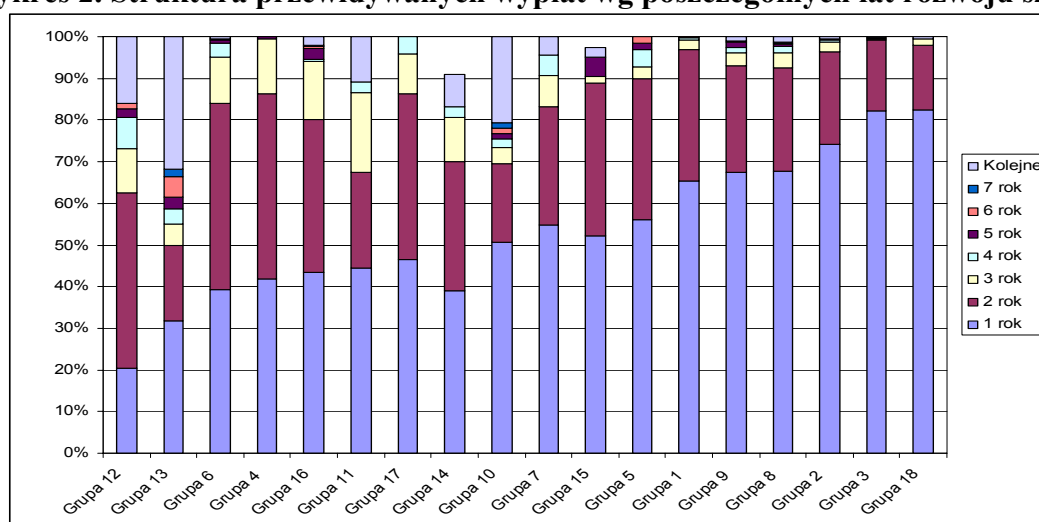
Należy również zauważyć, iż wartość powyższego wskaźnika dla poszczególnych lat zajścia szkody jest dla większości grup ubezpieczeń zbliżona, o czym świadczy porównanie średniej wartości wskaźnika po latach z wartością zagregowaną. Większe rozbieżności zauważane są jedynie dla ubezpieczeń grup 4, 5, 14, 12 oraz 11. W grupach tych rozkłady wypłat po latach rozwoju szkód dla poszczególnych lat zajścia szkód mogą się znacznie różnić.

Strukturę przewidywanych całkowitych wypłat wg okresu rozwoju szkód przedstawiono poniżej.

Tabela 6. Struktura przewidywanych wypłat wg okresu rozwoju szkód

Grupa ubezpieczeń	1 rok	2 rok	3 rok	4 rok	5 rok	6 rok	7 rok	Kolejne lata łącznie
Grupa 1	65,50%	96,78%	99,18%	99,65%	99,75%	99,92%	99,95%	100,00%
Grupa 2	74,18%	96,29%	98,58%	99,12%	99,35%	99,37%	99,40%	100,00%
Grupa 3	82,23%	99,24%	99,44%	99,58%	99,68%	99,79%	99,80%	100,00%
Grupa 4	41,77%	86,19%	99,51%	99,51%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Grupa 5	56,19%	89,99%	92,89%	96,99%	98,37%	99,95%	100,00%	100,00%
Grupa 6	39,37%	84,04%	95,01%	98,34%	99,11%	99,21%	99,48%	100,00%
Grupa 7	54,74%	83,09%	90,72%	95,49%	95,65%	95,67%	95,67%	100,00%
Grupa 8	67,58%	92,57%	96,17%	97,55%	98,14%	98,41%	98,66%	100,00%
Grupa 9	67,49%	92,98%	96,15%	97,51%	98,59%	98,88%	99,07%	100,00%
Grupa 10	50,60%	69,47%	73,42%	75,47%	76,80%	77,98%	79,22%	100,00%
Grupa 11	44,38%	67,57%	86,66%	89,05%	89,10%	89,10%	89,10%	100,00%
Grupa 12	20,38%	62,65%	73,23%	80,71%	82,63%	83,95%	83,95%	100,00%
Grupa 13	31,71%	49,98%	55,07%	58,60%	61,41%	66,52%	68,12%	100,00%
Grupa 14	47,79%	85,70%	98,63%	101,78%	96,23%	94,67%	90,68%	100,00%
Grupa 15	55,04%	93,58%	95,09%	94,64%	99,58%	97,89%	97,40%	100,00%
Grupa 16	43,49%	80,16%	94,18%	94,66%	97,11%	97,72%	97,88%	100,00%
Grupa 17	46,49%	86,42%	95,82%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Grupa 18	82,39%	97,94%	99,49%	99,53%	99,58%	99,58%	99,58%	100,00%

Wykres 2. Struktura przewidywanych wypłat wg poszczególnych lat rozwoju szkód



Należy zauważyć, że w przypadku grup ubezpieczeń 14 i 15, w których uzyskane regresy i odzyski przewyższają wartość wypłat w niektórych latach rozwoju szkód, łączna wartość współczynników określających strukturę wypłat według lat rozwoju jest mniejsza niż 100%.

Uzyskana struktura całkowitych wypłat wg poszczególnych lat rozwoju szkód posłużyła do dokonania podziału ubezpieczeń na ubezpieczenia o krótkim i długim okresie rozliczenia szkód oraz o krótkim i długim okresie inkubacji szkód. Na potrzeby niniejszego opracowania przyjęto, że:

- do ubezpieczeń o krótkim okresie rozliczenia szkód należą te ubezpieczenia, dla których 95% wysokości roszczeń rozliczane jest przez okres (**przeciętny okres całkowitego rozliczenia szkód $x_{0,95}$**) nie dłuższy niż 4 okresy rozwoju, natomiast do ubezpieczeń o długim okresie rozliczenia szkód należą te ubezpieczenia dla których okres ten przekracza 4 okresy rozwoju²¹,
- do ubezpieczeń o krótkim **okresie inkubacji szkód** należą te ubezpieczenia, dla których 50% wysokości roszczeń rozliczane jest przez okres nie dłuższy niż jeden okres rozwoju, natomiast do ubezpieczeń o długim okresie inkubacji szkód należą te ubezpieczenia dla których okres ten przekracza rok²².

Tabela 7. Przewidywany przeciętny okres całkowitego rozliczenia szkód oraz inkubacji szkód

Grupa ubezpieczeń	Okres rozliczenia szkód		Okres inkubacji szkód	
	Rok rozwoju szkody	Typ ubezpieczenia	Rok rozwoju szkody	Typ ubezpieczenia
Grupa 1	2	Krótki okres rozliczania	1	Krótki okres inkubacji
Grupa 2	2	Krótki okres rozliczania	1	Krótki okres inkubacji
Grupa 3	2	Krótki okres rozliczania	1	Krótki okres inkubacji
Grupa 4	3	Krótki okres rozliczania	2	Długi okres inkubacji
Grupa 5	4	Krótki okres rozliczania	1	Krótki okres inkubacji
Grupa 6	3	Krótki okres rozliczania	2	Długi okres inkubacji
Grupa 7	4	Krótki okres rozliczania	1	Krótki okres inkubacji
Grupa 8	3	Krótki okres rozliczania	1	Krótki okres inkubacji
Grupa 9	3	Krótki okres rozliczania	1	Krótki okres inkubacji
Grupa 10	>7	Długi okres rozliczania	1	Krótki okres inkubacji
Grupa 11	>7	Długi okres rozliczania	2	Długi okres inkubacji
Grupa 12	>7	Długi okres rozliczania	2	Długi okres inkubacji
Grupa 13	>7	Długi okres rozliczania	3	Długi okres inkubacji
Grupa 14	3	Krótki okres rozliczania	2	Długi okres inkubacji
Grupa 15	3	Krótki okres rozliczania	1	Krótki okres inkubacji
Grupa 16	5	Długi okres rozliczania	2	Długi okres inkubacji
Grupa 17	3	Krótki okres rozliczania	2	Długi okres inkubacji
Grupa 18	2	Krótki okres rozliczania	1	Krótki okres inkubacji

Otrzymane rezultaty dla Polski dla większości grup ubezpieczeń są zgodne z oczekiwaniami i wynikami krajów Unii Europejskiej. Ubezpieczenia odpowiedzialności cywilnej (grupy 10 – 13) zostały uznane za ubezpieczenia o długim okresie rozliczenia szkód i z reguły o długim

²¹ Okres graniczny (4 lata) zgodny jest z postanowieniami art. 60 ust 1 pkt g) podpunkt i) dyrektywy 91/674/EEC (OJ No L374) zezwalającymi na dyskontowanie rezerw w ubezpieczeniach nie na życie, gdy przewidywany przeciętny okres likwidacji szkody wynosi co najmniej cztery lata od dnia jej zaksięgowania.

²² Przez okres inkubacji szkód należy rozumieć okres od powstania szkody do rozpoczęcia jej rozliczania. Przyjęta miara (kwantyl rzędu 0,5), przy pomocy której dokonana została klasyfikacja ubezpieczeń na te o krótkim lub długim okresie inkubacji nie jest miarą precyzyjną, oddaje jednak istotę badanego zjawiska. Dostępność informacji o wypłatach odszkodowań o większej częstotliwości (dane miesięczne bądź kwartalne) pozwoliłaby na bardziej precyzyjne określenie okresu inkubacji szkód (wykorzystanie kwantyla rzędu mniejszego niż 0,5).

okresie inkubacji. Zastrzeżenia mogą budzić wyniki uzyskane dla ubezpieczeń z grupy 16, które również uznano za ubezpieczenia o długim okresie rozliczania szkód. W przypadku tych ubezpieczeń należy jednak zauważyć, że ponad 94% wypłat rozliczana jest już po 3 okresie rozwoju szkody.

VI Analiza adekwatności rezerw – podejście kwantylowe

W działalności zakładów ubezpieczeń majątkowych jednym z dwóch szczególnie istotnych rodzajów ryzyka technicznego jest ryzyko niedoszacowania rezerw techniczno-ubezpieczeniowych. Obecnie prowadzona dyskusja w ramach odpowiedzi na 8. zapytanie Komisji Europejskiej dotyczące rezerw techniczno-ubezpieczeniowych w ubezpieczeniach nie na życie (Call for Advice 8 - Technical provisions in non-life insurance²³) sugeruje odejście od ustalania rezerw jako najlepszego oszacowania na rzecz ustalania rezerw jako odpowiedniego kwantyla w rozkładzie wartości zobowiązań. W związku z tym w ramach badania QIS1 przeprowadzanego przez CEIOPS sprawdzono, czy rezerwy utworzone przez zakłady ubezpieczeń przekraczają kwantyl rzędu 0,75 (lub alternatywnie 0,90) rozkładu rezerw. W podobnych badaniach przeprowadzonych w Niemczech oraz w Portugalii zastosowano klasyczny model Chain-Ladder oraz model zaproponowany przez Macka.

Wyniki analizy zaprezentowane w dalszej części pracy odnoszą się do końca roku 2004.

VI.1 Empiryczny narzut bezpieczeństwa

Zdefiniujmy empiryczny narzut bezpieczeństwa jako różnicę pomiędzy wysokością rezerw na nie wypłacone odszkodowania i świadczenia brutto wykazanych w sprawozdaniu finansowym analizowanej jednostki a wysokością wartości oczekiwanej tych rezerw oszacowanej przy wykorzystaniu odpowiednich modeli.

Tabela 8. Wartość rezerwy oraz empirycznego narzutu bezpieczeństwa w tys. zł

Grupa ubezpieczeń	R.Rez	M.Rez	H.Rez	M.Narz	H.Narz	M.Narz/M.Rez	H.Narz/H.Rez
Grupa 1	134 209	101 987	102 038	32 221	32 171	0,316	0,315
Grupa 2	28 532	18 887	18 806	9 645	9 726	0,511	0,517
Grupa 3	882 733	676 538	675 248	206 195	207 485	0,305	0,307
Grupa 4	565	131	171	435	394	3,332	2,305
Grupa 5	8 351	1 859	2 848	6 492	5 503	3,493	1,932
Grupa 6	84 874	65 460	67 876	19 414	16 998	0,297	0,250
Grupa 7	64 777	15 660	16 595	49 117	48 183	3,136	2,904
Grupa 8	598 913	278 990	283 168	319 923	315 746	1,147	1,115
Grupa 9	339 068	199 120	198 585	139 949	140 483	0,703	0,707
Grupa 10	5 871 984	2 180 275	2 185 942	3 691 709	3 686 042	1,693	1,686
Grupa 11	5 265	74	439	5 191	4 826	69,873	10,982
Grupa 12	39 566	9 685	11 991	29 881	27 575	3,085	2,300
Grupa 13	840 748	278 769	283 930	561 979	556 817	2,016	1,961
Grupa 14	80 372	8 841	29 663	71 531	50 709	8,091	1,709
Grupa 15	88 019	21 904	21 574	66 116	66 445	3,018	3,080
Grupa 16	121 752	25 255	26 102	96 497	95 650	3,821	3,664

²³ Odpowiedź CEIOPS do Komisji Europejskiej na zapytanie 8 zamieszczona jest w dokumencie CEIOPS-CP-04/05 dostępnym na stronie internetowej http://www.ceiops.org/media/files/consultations/consultationpapers/DOC07_05.pdf.

Grupa ubezpieczeń	R.Rez	M.Rez	H.Rez	M.Narz	H.Narz	M.Narz/M.Rez	H.Narz/H.Rez
Grupa 17	6 146	1 547	1 361	4 600	4 785	2,974	3,516
Grupa 18	11 783	10 758	11 250	1 026	534	0,095	0,047

gdzie:

R.Rez - rzeczywista wartość rezerwy na koniec 2004 roku (dane z sprawozdań finansowych zakładów ubezpieczeń),

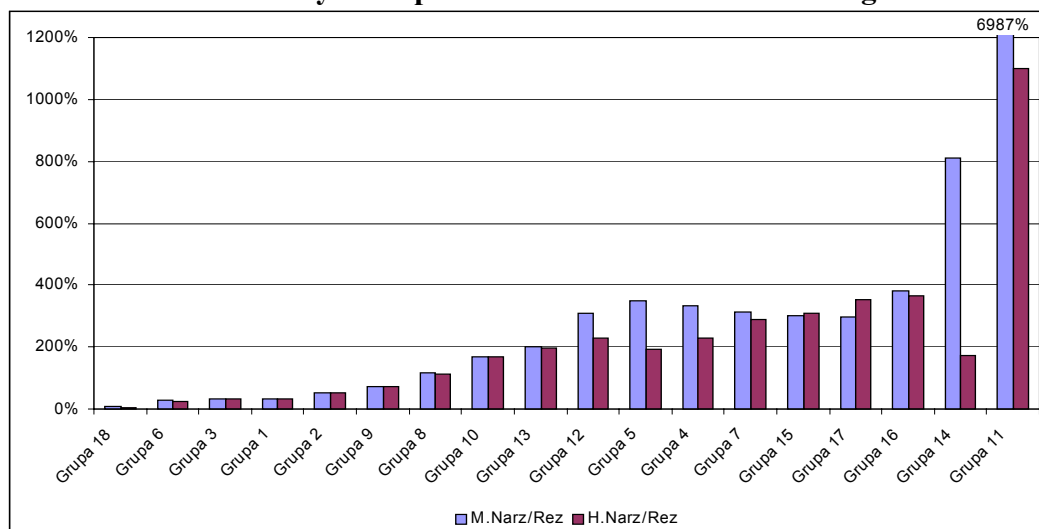
M.Rez - wartość oczekiwana rezerwy na koniec 2004 roku oszacowana na podstawie modelu Macka,

H.Rez - wartość oczekiwana rezerwy na koniec 2004 roku oszacowana na podstawie modelu Hertiga,

M.Narz, H.Narz – wartość empirycznego narzutu bezpieczeństwa zgodnie z modelem Macka i Hertiga odpowiednio,

M.Narz/M.Rez, H.Narz/H.Rez – iloraz empirycznego narzutu bezpieczeństwa do wartości rezerw oszacowanych odpowiednio na podstawie modelu Macka i Hertiga.

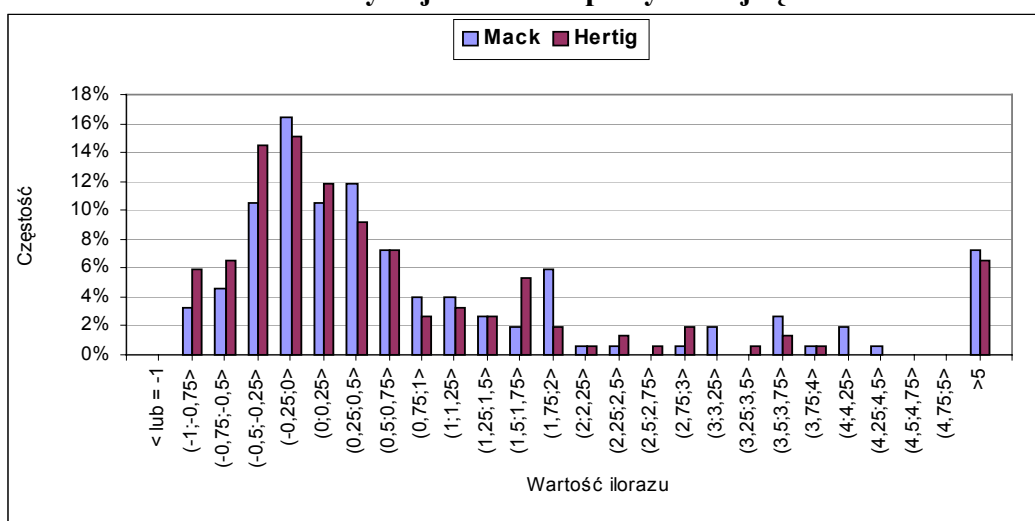
Wykres 3. Iloraz empirycznego narzutu bezpieczeństwa do wartości rezerw oszacowanych na podstawie modelu Macka i Hertiga



W połowie grup ubezpieczeń wartość empirycznego narzutu bezpieczeństwa jest co najmniej dwukrotnie wyższa niż wartość rezerwy oszacowana przy wykorzystaniu odpowiednich modeli. Oznacza to, iż gdyby z jakichkolwiek względów wartość przyszłych wypłat była trzykrotnie wyższa niż wynika to z zastosowanych modeli, to rezerwy utworzone przez zakłady ubezpieczeń wystarczą na pokrycie tych wypłat. Jedynie w przypadku grup 18, 6, 3 oraz 1 wartość tego narzutu jest mniejsza niż 0,5. W przypadku tych grup ubezpieczeń wzrost wartości przyszłych odszkodowań o 50% spowoduje niedobór rezerw.

Na poziomie agregatu ogółem w każdej grupie ubezpieczeń iloraz ten był dodatni, jednakże na poziomie badanych jednostek sytuacja była zróżnicowana (patrz wykres 4). Spośród analizowanych jednostek ujemny empiryczny narzut bezpieczeństwa posiada według modelu Macka 34,9%, a według modelu Hertiga aż 42,1% analizowanych jednostek. Ze szczegółowej analizy wynika, że zakłady ubezpieczeń o dużym portfelu w większości przypadków wyznaczają swoje rezerwy na bezpiecznym poziomie stosując narzut bezpieczeństwa, natomiast zakłady ubezpieczeń o małym portfelu częściej niedoszacowują wartość przyszłych wypłat.

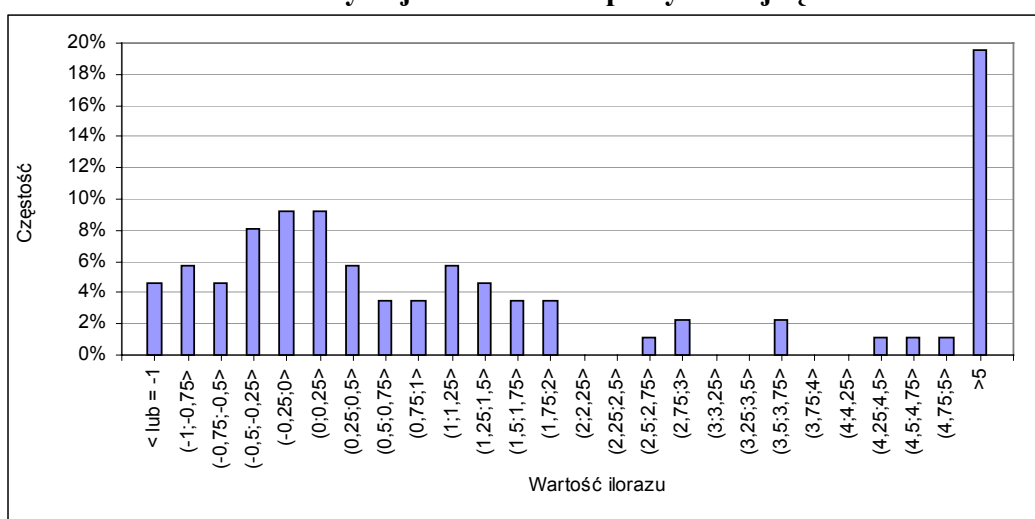
Wykres 4. Histogram ilorazu empirycznego narzutu bezpieczeństwa do rezerwy dla analizowanych jednostek o pełnych trójkątach



Na podstawie uzyskanych szczegółowych wyników można sformułować wniosek, że model Hertiga okazał się być bardziej surowy i rygorystyczny niż model Macka. W 13 grupach wartość oszacowanej rezerwy jest większa według modelu Hertiga, a w pozostałych 5 grupach rezerwa według modelu Macka jest tylko nieznacznie wyższa. W przypadku analizowanych jednostek mediana ilorazu empirycznego narzutu bezpieczeństwa do rezerwy otrzymana na podstawie modelu Macka wynosi 0,347, podczas gdy na podstawie modelu Hertiga - zaledwie 0,155.

Wartość rezerwy teoretycznej dla jednostek o niepełnych trójkątach została wyznaczona klasyczną metodą Chain-Ladder. Jako współczynniki przejścia przyjęto średnie ważone współczynników indywidualnych jednostki oraz agregatu ogółem w danej grupie.

Wykres 5. Histogram ilorazu empirycznego narzutu bezpieczeństwa do rezerwy dla analizowanych jednostek o niepełnych trójkątach



Wśród analizowanych jednostek o niepełnych trójkątach są jednostki, które zamknęły już działalność i nie tworzą rezerw. Jednostki te nie zostały ujęte na wykresie, a iloraz dla tych jednostek wynosi -1.

Blisko 1/3 analizowanych jednostek o niepełnych trójkątach posiada rezerwy mniejsze niż wskazuje na to klasyczna metoda Chain-Ladder. Jest to podobny odsetek jak wśród jednostek

o pełnych trójkątach. Natomiast zdecydowanie większy odsetek jednostek posiada kilkakrotnie wyższe rezerwy niż rezerwy wyznaczone metodą Chain-Ladder. W większości przypadków wynika to z faktu, iż wartość wyznaczonej rezerwy jest bardzo niska.

VI.2 Teoretyczny narzut bezpieczeństwa

Zdefiniujmy narzut bezpieczeństwa w zależności od rozpatrywanego wariantu jako:

- połowę odchylenia standardowego w przypadku wykorzystywania modelu Macka do wyznaczania rezerw,
- połowę odchylenia standardowego w przypadku wykorzystywania modelu Hertiga do wyznaczania rezerw,
- różnicę pomiędzy wysokością rezerwy ustaloną jako kwantyl rzędu 0,75 i wartością oczekiwaną w przypadku wykorzystywania modelu Hertiga do wyznaczania rezerw,
- większą z dwóch poprzednich wartości narzutów bezpieczeństwa określonych w przypadku wykorzystywania modelu Hertiga do wyznaczania rezerw (wymagany narzut bezpieczeństwa).

Tabela 9. Współczynniki narzutu bezpieczeństwa i wymaganego narzutu bezpieczeństwa

Grupa ubezpieczeń	<i>M.Wsp</i>	<i>H.Wsp1</i>	<i>H.Wsp2</i>	<i>H.Max</i>
Grupa 1	5,05%	5,28%	6,77%	6,77%
Grupa 2	6,35%	6,52%	8,24%	8,24%
Grupa 3	4,67%	4,77%	6,15%	6,15%
Grupa 4	55,21%	80,57%	13,10%	80,57%
Grupa 5	69,40%	36,06%	25,49%	36,06%
Grupa 6	14,61%	18,09%	19,13%	19,13%
Grupa 7	21,87%	18,12%	19,15%	19,15%
Grupa 8	7,81%	7,71%	9,60%	9,60%
Grupa 9	16,04%	14,41%	16,26%	16,26%
Grupa 10	2,02%	1,83%	2,44%	2,44%
Grupa 11	239,75%	37,57%	25,54%	37,57%
Grupa 12	32,54%	25,67%	23,28%	25,67%
Grupa 13	8,46%	9,08%	11,10%	11,10%
Grupa 14	171,78%	82,47%	12,32%	82,47%
Grupa 15	46,54%	48,64%	24,29%	48,64%
Grupa 16	29,78%	24,04%	22,58%	24,04%
Grupa 17	6,77%	34,77%	25,41%	34,77%
Grupa 18	12,82%	14,87%	16,65%	16,65%

gdzie:

M.Wsp – iloraz $\frac{1}{2}$ odchylenia standardowego do wartości oczekiwanej rezerwy uzyskanej na podstawie modelu Macka

H.Wsp1 – iloraz $\frac{1}{2}$ odchylenia standardowego do wartości oczekiwanej rezerwy uzyskanej na podstawie modelu Hertiga

H.Wsp2 = $(H.Rezerwa_{0,75} - H.Rezerwa) / H.Rezerwa$, gdzie $H.Rezerwa_{0,75}$ to kwantyl rzędu 0,75 rezerwy uzyskanej na podstawie modelu Hertiga

H.Max = max (*H.Wsp1* ; *H.Wsp2*)

Przedstawione w powyższej tabeli wartości współczynników pozwalają na klasyfikację grup ubezpieczeń ze względu na stabilność i przewidywalność przyszłych wypłat odszkodowań

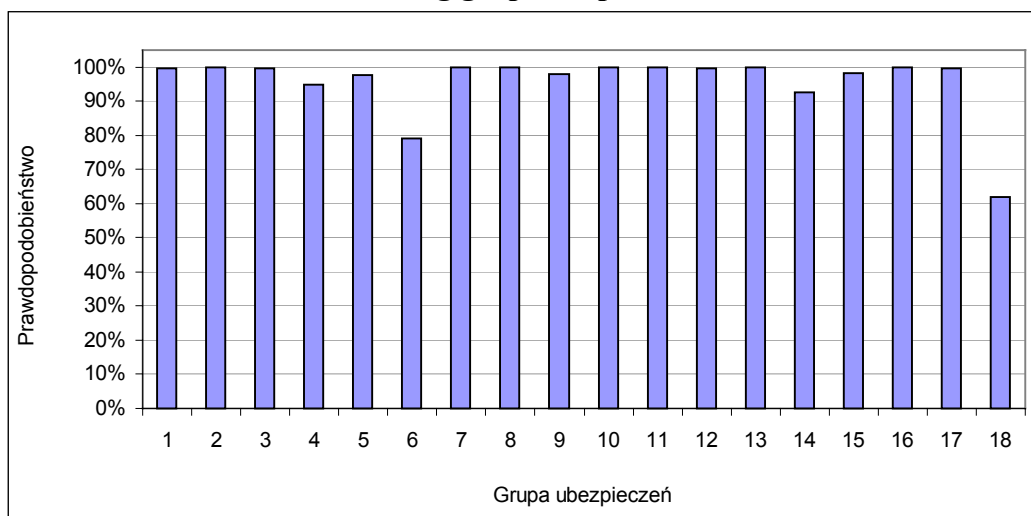
i świadczeń. Przyjmijmy, że do klasy stabilnych i przewidywalnych zaliczać będziemy grupy o wartościach współczynników poniżej 10%. Wówczas bez względu na wykorzystywany model i sposób definiowania narzutu bezpieczeństwa do klasy stabilnych i przewidywalnych grup ubezpieczeń należą grupy 1 – 3, 8, 10. Grupa 13 może być zaliczona do tej klasy na podstawie wartości współczynników $M.Wsp$ i $H.Wsp1$, natomiast grupa 16 jedynie na podstawie wartości współczynnika $M.Wsp$.

Współczynniki narzutu bezpieczeństwa i wymaganego narzutu bezpieczeństwa charakteryzują się dość dużą zmiennością. Na przykład współczynnik $H.Wsp2$ przyjmuje wartości od 2,44% do 25,54% podczas gdy analogiczny współczynnik wyznaczony dla australijskiego rynku ubezpieczeń²⁴ zmienia się od 4,49% do 12,02%. Oznaczać to może, że polski rynek ubezpieczeń charakteryzuje się większą niestabilnością i jest mniej przewidywalny niż rynek australijski.

VI.3 Prawdopodobieństwo wystarczalności rezerw

Inną miarą coraz częściej wykorzystywaną przy szacowaniu rezerw jest prawdopodobieństwo, z jakim utworzone rezerwy wystarczą na wypłatę przyszłych odszkodowań i świadczeń. Na podstawie modelu Hertiga posługującego się rozkładem lognormalnym zostało oszacowane prawdopodobieństwo wystarczalności rezerw według grup oraz dla analizowanych jednostek o pełnych trójkątach szkód.

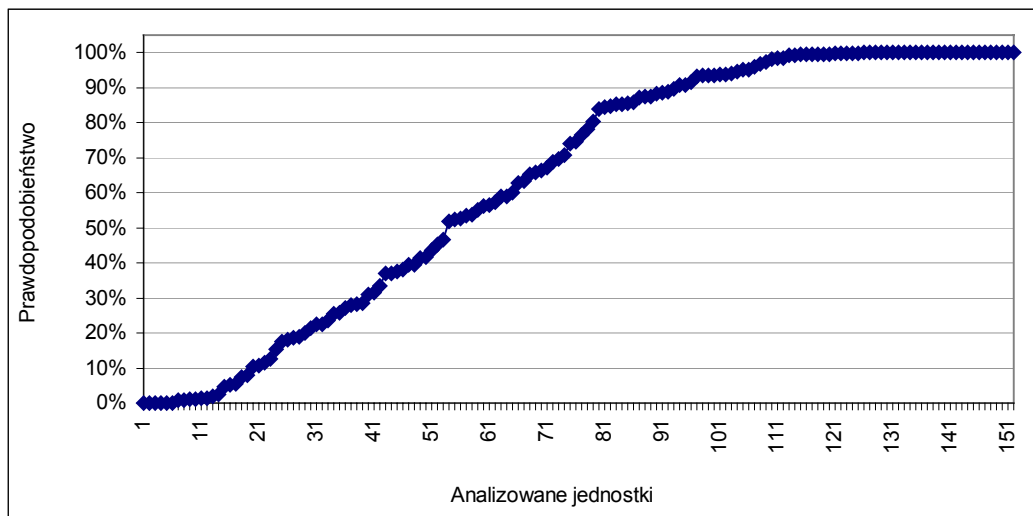
Wykres 6. Prawdopodobieństwo wystarczalności rezerw na podstawie modelu Hertiga według grup ubezpieczeń



Większość grup ubezpieczeń charakteryzuje się prawdopodobieństwem powyżej 90% pokrycia przyszłych wypłat. Jedynie w przypadku grupy ubezpieczeń 18 oraz 6 wartości prawdopodobieństwa kształtują się na niższym poziomie (odpowiednio 62% oraz 79%). Podobnie jak w analizie narzutu bezpieczeństwa, tak i w analizie prawdopodobieństwa wystarczalności rezerw otrzymano analogiczną strukturę jednostek pod względem poziomu bezpieczeństwa tworzonych rezerw.

²⁴ APRA, General Insurance, "Risk Margins Industry Report", October 2005.

Wykres 7. Dystrybuanta empiryczna jednostek o pełnych trójkątach szkód według prawdopodobieństwa wystarczalności rezerw na podstawie modelu Hertiga



Okolo 1/3 analizowanych jednostek o pełnych trójkątach charakteryzuje się prawdopodobieństwem wystarczalności rezerw mniejszym niż 50%. Odwołując się do badania QIS1 przeprowadzanego przez CEIOPS można stwierdzić, iż 50% analizowanych jednostek posiada rezerwy w wysokości powyżej kwantyla rzędu 0,75, natomiast 38,8% analizowanych jednostek posiada rezerwy w wysokości powyżej kwantyla rzędu 0,9. Szczegółowa analiza wyników prowadzi do wniosku, iż zakłady ubezpieczeń o dużym portfelu znacząco wpływają na wysokość prawdopodobieństw wystarczalności rezerw ogółem dla poszczególnych grup ubezpieczeń.

VII Analiza adekwatności rezerw – podejście kosztu kapitału

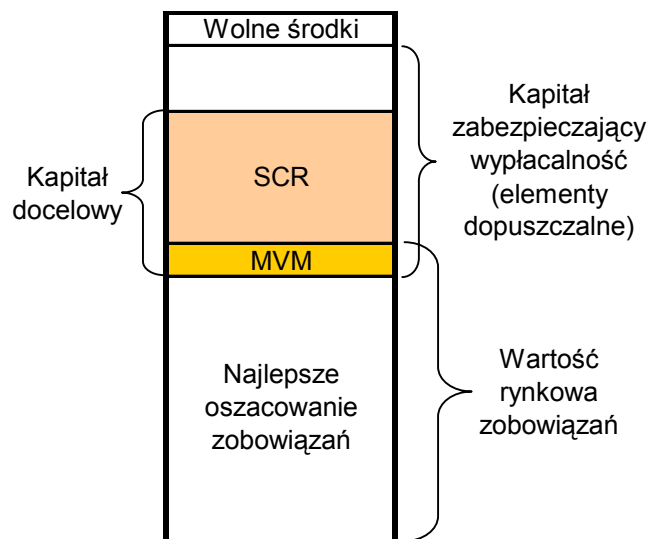
VII.1 Metodologia

Koncepcja rynkowej wyceny zobowiązań techniczno-ubezpieczeniowych w oparciu o metodologię kosztu kapitału rozwija się od lat dziewięćdziesiątych XX wieku. Jednakże dopiero niedawno podejście to zostało zastosowane po raz pierwszy jako krajowy standard wyceny zobowiązań w szwajcarskim teście wypłacalności (*Swiss Solvency Test – SST*). Propagatorem tej koncepcji jest także międzynarodowe zrzeszenie *The Chief Risk Officer Forum* oraz stowarzyszenie europejskich zakładów ubezpieczeń CEA. W pracach nad projektem Wypłacalność II w ramach badania QIS2 przeprowadzanego przez CEIOPS, badana jest możliwość wyceny zobowiązań w oparciu o metodologię kosztu kapitału jako alternatywa do wyceny zobowiązań w oparciu o podejście kwantylowe.

W metodologii kosztu kapitału, wartość zobowiązań spójna (zgodna) z wyceną rynkową (*market consistent value of liabilities – MVL*) oznacza wartość, za którą zobowiązania ubezpieczeniowe mogą być transferowane do podmiotu, postępującego racjonalnie, o zdywersyfikowanej działalności ubezpieczeniowej, skłonnego przyjąć te zobowiązania na mocy bezpośredniej i natychmiastowej transakcji przeprowadzonej na standardowych warunkach. Zobowiązania ubezpieczeniowe, które można zabezpieczyć odpowiednimi aktywami (*hedgeable risk*), powinny być wyceniane poprzez cenę aktywów zabezpieczających. Natomiast zobowiązania ubezpieczeniowe, których nie można zabezpieczyć odpowiednimi aktywami (*non-hedgeable risk*), powinny być wyceniane w oparciu o modele.

Na wartość zobowiązania spójną z wyceną rynkową składają się wartość zobowiązania według najlepszego oszacowania (*best estimate of liabilities – BEL*, np. średnia) oraz wartość narzutu bezpieczeństwa (*Market Value Margin – MVM*). W modelu wyceny zobowiązań w podejściu kosztu kapitału, wartość narzutu bezpieczeństwa wyznaczana jest jako iloczyn wartości wymaganego kapitału zabezpieczającego zobowiązania ubezpieczeniowe (*Solvency Capital Requirement – SCR*) oraz stopy kosztu kapitału $CoC_r\%$. Z jednej strony narzut bezpieczeństwa rozumiany jest jako koszt pozyskania kapitału w przypadku transferu portfela ubezpieczeniowego, z drugiej strony jest to premia za akceptację ryzyka zawartego w przyjmowanym portfelu ubezpieczeń. Narzut bezpieczeństwa oraz wymagany kapitał zabezpieczający zobowiązania ubezpieczeniowe stanowią razem minimalną wartość kapitału docelowego (*Target Capital – TC*), jaki zakład ubezpieczeń powinien posiadać, aby mógł wywiązywać się ze swoich zobowiązań.

Rysunek 2. Struktura pasywów w metodologii kosztu kapitału



Wyznaczenie narzutu bezpieczeństwa w oparciu o metodologię kosztu kapitału jest wrażliwe na przyjmowane założenia oraz stosowane modele, a przede wszystkim na model kapitału *SCR* oraz model służący do wyznaczenia stopy kosztu kapitału. Stopa kosztu kapitału jest przyjmowana jako nadwyżka wymaganej stopy zwrotu ponad stopę wolną od ryzyka i może być wyznaczana w oparciu o np. model CAPM czy model APT.

Ze względu na brak jednoznacznej metodologii kosztu kapitału, w niniejszym opracowaniu wzorowano się przede wszystkim na metodologii stosowanej w SST oraz przyjęto arbitralnie wartości niezbędnych parametrów, mając jednak na uwadze zapewnienie porównywalności z wynikami badań prezentowanymi w innych opracowaniach. Ze względu na brak informacji o udziale rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia możliwych do zabezpieczenia odpowiednimi aktywami w ogólnej wartości rezerw, przyjęto, iż cała wartość rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia należy do rezerw niemożliwych do zabezpieczenia aktywami.

VII.2 Algorytm wyznaczania narzutu bezpieczeństwa

Proces wyznaczenia narzutu bezpieczeństwa dla rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia w oparciu o metodologię kosztu kapitału można podzielić na kilka etapów:

1. Ustalenie schematu wypłat odszkodowań i świadczeń według roku zajścia szkody oraz według roku rozwoju szkód i związanych z nimi przepływów pieniężnych. W niniejszym opracowaniu za najlepsze oszacowanie przyszłych przepływów pieniężnych przyjęto

wartość oczekiwaną (wartość średnią) rozkładu wypłat uzyskaną na podstawie modelu Macka.

2. Wyznaczenie wartości najlepszego oszacowania zobowiązań BEL_k na początek roku k . Za najlepsze oszacowanie zobowiązań przyjęto sumę odpowiednio zdyskontowanych wartości oczekiwanych przyszłych przepływów pieniężnych²⁵.
3. Wyznaczenie wartości przyszłych wymaganych kapitałów zabezpieczających zobowiązania ubezpieczeniowe (SCR_k) dla zobowiązań BEL_k dla każdego roku k aż do wygaśnięcia obecnego portfela. W niniejszym opracowaniu kapitał SCR został ustalony w oparciu o odpowiednie miary (wartość zagrożoną $VaR_{0,995}$ oraz wartość oczekiwaną w rozkładzie warunkowym $CTE_{0,995}$)²⁶ przy wykorzystaniu trzech rozkładów prawdopodobieństwa wysokości rezerw, tj. rozkładu normalnego, lognormalnego oraz gamma, oszacowanych metodą momentów.
4. Wyznaczenie obecnej oczekiwanej wartości wymaganego kapitału zabezpieczającego zobowiązania $PV(SCR)$ jako sumy zdyskontowanych na dzień bilansowy wartości przyszłych kapitałów SCR_k , gdzie $k > 2005$, przy użyciu stopy wolnej od ryzyka.
5. Wyznaczenie narzutu bezpieczeństwa jako iloczynu obecnej oczekiwanej wartości wymaganego kapitału zabezpieczającego zobowiązania oraz stopy kosztu kapitału $CoC_r\%$. W niniejszym opracowaniu przyjęto $CoC_r\%$ w wysokości 6%.

Rysunek 3. Graficzny układ algorytmu wyznaczania narzutu bezpieczeństwa

Wyszczególnienie	2005	2006	2007	2008	...	k
Przepływy pieniężne związane z wypłatą odszkodowań	Y_{2005}	Y_{2006}	Y_{2007}	Y_{2008}	...	Y_k
Zobowiązania na początek roku k	BEL_{2005}	BEL_{2006}	BEL_{2007}	BEL_{2008}	...	BEL_k
Wymagany kapitał roku k	SCR_{2005}	SCR_{2006}	SCR_{2007}	SCR_{2008}	..	SCR_k
Wartość obecna wymaganego kapitału roku k	SCR_{2005}	$PV(SCR_{2006})$	$PV(SCR_{2007})$	$PV(SCR_{2008})$...	$PV(SCR_k)$
Wartość obecna wymaganego kapitału	SCR	$PV(SCR) = \sum PV(SCR_k)$				
Stopa kosztu kapitału	$CoC_{6\%}$					
Narzut bezpieczeństwa	$MVM = PV(SCR) * CoC_{6\%}$					

W pracach FOPI [2006] oraz CRO Forum [2006] zostały zaprezentowane algorytmy oraz przykłady wyznaczania narzutu bezpieczeństwa. W załączniku 3 zamieszczono szczegółowy opis algorytmu wyznaczania kapitału SCR_k oraz narzutu bezpieczeństwa w oparciu o metodologię kosztu kapitału.

²⁵ Ze względu na fakt, iż wartości odszkodowań i świadczeń w trójkacie szkód wyrażone są w cenach roku 2004, to stopa wolna od ryzyka (stopa dyskonta) wynosi 0%.

²⁶ Więcej informacji o stosowanych miarach zamieszczono w załączniku 3. Dla rozkładów ciągłych (do których należą rozpatrywane dalej rozkłady normalny, lognormalny oraz gamma) wartość oczekiwana w rozkładzie warunkowym CTE jest równa wartości miary Tail VaR – $TVaR$. Miary ryzyka zostały opisane m.in. w pracy Denuit i inni [2005].

VII.3 Wymagany narzut bezpieczeństwa

Zdefiniujmy współczynnik wymaganego narzutu bezpieczeństwa według podejścia kosztu kapitału jako iloraz narzutu bezpieczeństwa do najlepszego oszacowania rezerw

$CoC.Wsp = \frac{MVM}{\hat{R}}$. W poniższej tabeli zostały podane wartości współczynnika wymaganego

narzutu bezpieczeństwa dla trzech rozkładów (*N* – normalnego, *LN* – lognormalnego, *G* – gamma) oraz dla dwóch miar ryzyka *VaR* oraz *CTE*.

Tabela 10. Współczynniki wymaganego narzutu bezpieczeństwa według grup ubezpieczeń

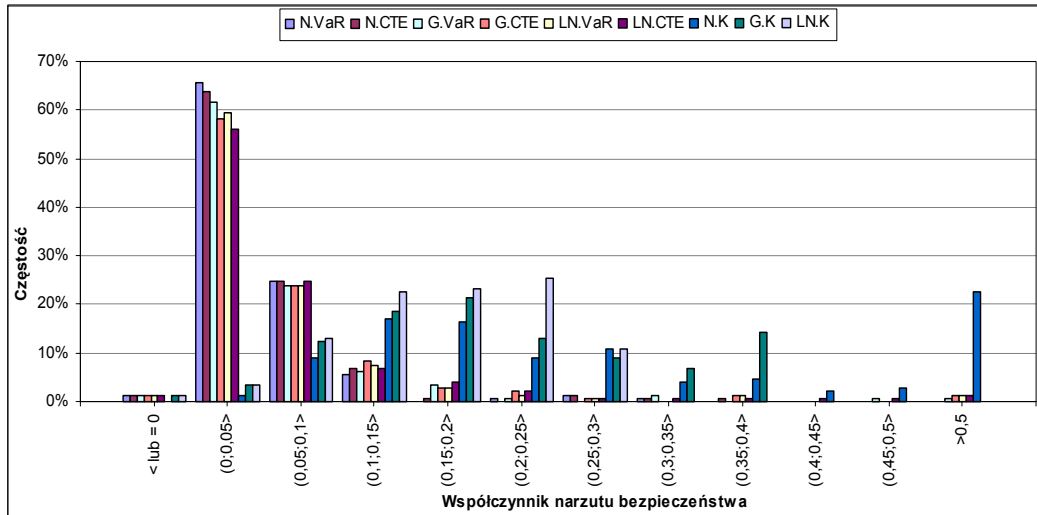
Grupa ubezpieczeń	<i>N.VaR</i>	<i>N.CTE</i>	<i>LN.VaR</i>	<i>LN.CTE</i>	<i>G.VaR</i>	<i>G.CTE</i>
Grupa 1	0,35%	0,40%	0,39%	0,45%	0,38%	0,43%
Grupa 2	0,44%	0,49%	0,50%	0,57%	0,48%	0,54%
Grupa 3	0,76%	0,86%	0,84%	0,96%	0,81%	0,92%
Grupa 4	1,07%	1,20%	1,45%	1,74%	1,31%	1,52%
Grupa 5	3,97%	4,46%	5,39%	6,48%	4,85%	5,65%
Grupa 6	1,97%	2,21%	2,67%	3,22%	2,41%	2,80%
Grupa 7	3,23%	3,62%	4,84%	6,00%	4,23%	4,99%
Grupa 8	3,08%	3,46%	3,63%	4,21%	3,43%	3,92%
Grupa 9	6,98%	7,83%	9,56%	11,52%	8,59%	10,00%
Grupa 10	0,86%	0,97%	0,90%	1,02%	0,89%	1,00%
Grupa 11	15,65%	17,56%	30,43%	42,86%	25,92%	31,90%
Grupa 12	12,88%	14,46%	25,06%	35,30%	21,34%	26,27%
Grupa 13	6,32%	7,09%	7,53%	8,77%	7,09%	8,13%
Grupa 14	-114,6%	-128,6%	-230,4%	-335,0%	-199,4%	-248,0%
Grupa 15	2,13%	2,39%	4,28%	6,22%	3,70%	4,60%
Grupa 16	5,39%	6,05%	8,96%	11,54%	7,64%	9,13%
Grupa 17	0,73%	0,82%	0,84%	0,97%	0,80%	0,91%
Grupa 18	0,41%	0,46%	0,53%	0,63%	0,49%	0,56%

Wartości współczynników wymaganego narzutu bezpieczeństwa są najniższe dla rozkładu normalnego, a najwyższe dla rozkładu lognormalnego. Wartości współczynników dla miary *VaR* są niższe niż dla miary *CTE*. Otrzymane zależności wynikają z właściwości rozkładów i miar oraz są zgodne z oczekiwaniami.

Wartości współczynników wymaganego narzutu bezpieczeństwa obliczone w oparciu o metodologię kosztu kapitału dla większości grup ubezpieczeń są niższe niż wartości analogicznych współczynników otrzymane w oparciu o podejście kwantylowe²⁷. Jedyne w przypadku grup 11-12 wartości tych współczynników są niekiedy wyższe, w zależności od porównywanych rozkładów i miar. Grupa 14 charakteryzuje się ujemnymi wartościami narzutów bezpieczeństwa, co wynika z oczekiwanych ujemnych przepływów pieniężnych w kolejnych latach wypłat. Dla takich przypadków wydaje się konieczne opracowanie bardziej adekwatnej metodologii wyznaczania narzutu bezpieczeństwa. W grupach o stabilnym portfelu rząd wielkości wartości współczynników wymaganego narzutu bezpieczeństwa jest identyczny z wartościami współczynników prezentowanymi w opracowaniach CEA oraz FOPI, tj. z przedziału od ok. 1% do 3%.

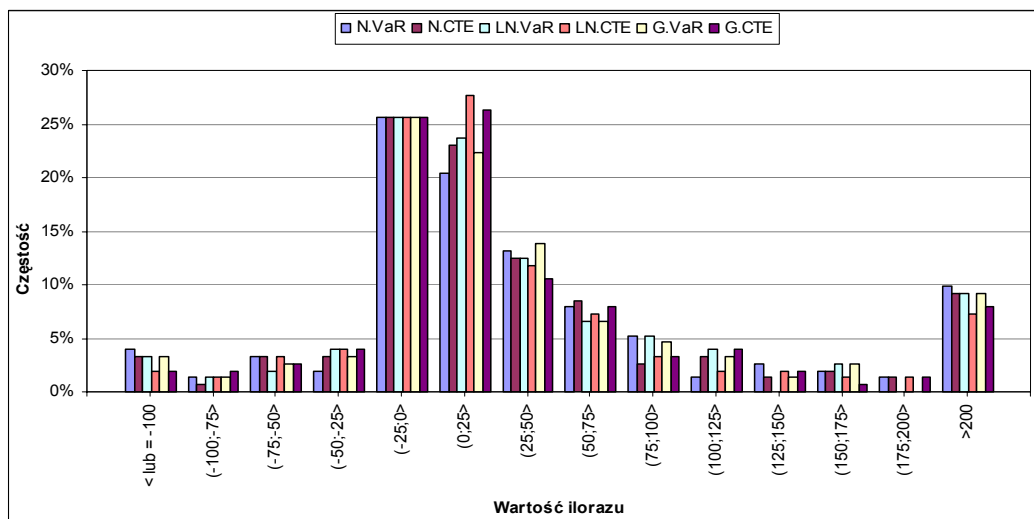
²⁷ Wyniki dla podejścia kwantylowego zostały przedstawione w tabeli 9.

Wykres 8. Histogram współczynników wymaganego narzutu bezpieczeństwa dla analizowanych jednostek o pełnych trójkątach



Dla około 3/5 analizowanych jednostek o pełnych trójkątach szkód wartość współczynnika wymaganego narzutu bezpieczeństwa zawiera się w przedziale $(0 ; 0,05>$, a dla blisko 1/4 jednostek w przedziale $(0,05 ; 0,1>$. Dla porównania współczynniki wymaganego narzutu bezpieczeństwa w podejściu kwantylowym (oznaczone na wykresie jako *N.K*, *G.K*, *LN.K*) przeważnie przyjmują wyższe, bardziej rozproszone wartości.

Wykres 9. Histogram ilorazu empirycznego narzutu bezpieczeństwa do wymaganego narzutu bezpieczeństwa dla analizowanych jednostek o pełnych trójkątach



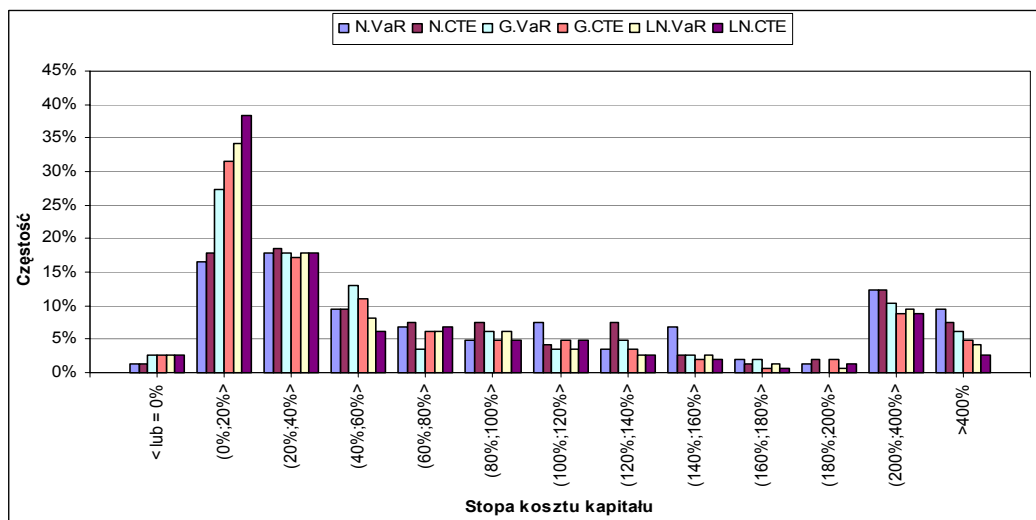
Dla około 35% analizowanych jednostek o pełnych trójkątach szkód wartość empirycznego narzutu bezpieczeństwa, wyznaczona przy uwzględnieniu wartości oczekiwanej przyszłych wypłat zgodnie z modelem Macka, jest niższa niż wartość wymaganego narzutu bezpieczeństwa w podejściu kosztu kapitału. Dla pozostałych jednostek wartość empirycznego narzutu bezpieczeństwa przekracza kilkudziesięciokrotnie wartość wymaganego narzutu. Większa zmienność ilorazu empirycznego narzutu bezpieczeństwa do wymaganego narzutu bezpieczeństwa w podejściu kosztu kapitału niż w podejściu kwantylowym wynika z faktu, iż wartość wymaganego narzutu bezpieczeństwa w podejściu kosztu kapitału jest nawet kilkakrotnie niższa niż wartość wymaganego narzutu bezpieczeństwa w podejściu kwantylowym.

VII.4 Równoważność narzutów bezpieczeństwa

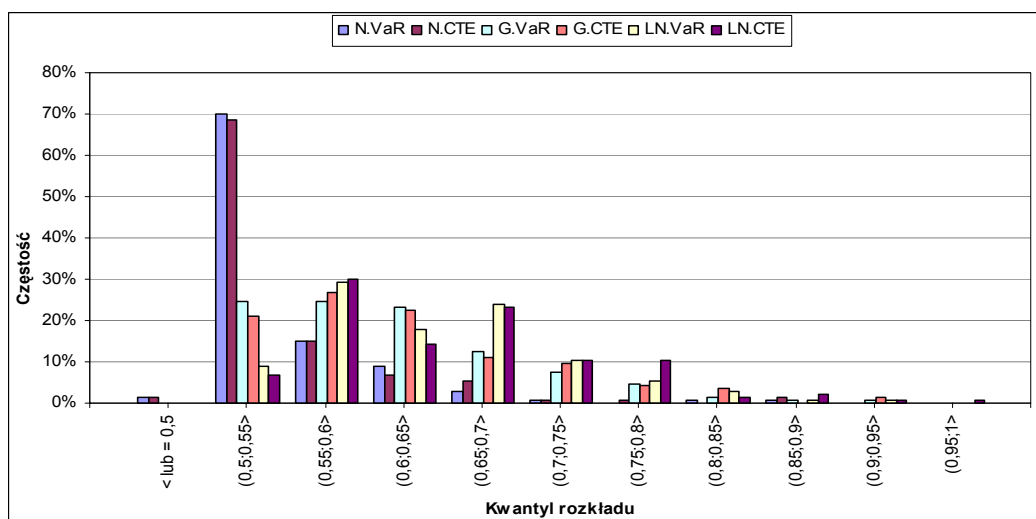
Wyniki powyżej zaprezentowane wskazują, iż wysokość wymaganego narzutu bezpieczeństwa w podejściu kwantylowym jest dla większości jednostek, jak i ogółem w większości grup, wyższa niż w podejściu kosztu kapitału. Na poniższych dwóch wykresach przedstawiono histogramy analizowanych jednostek według:

- wartości stopy kosztu kapitału, przy której wymagany narzut bezpieczeństwa jest równy narzutowi bezpieczeństwa wyznaczonemu jako różnica kwantyla rzędu 0,75 oraz wartości oczekiwanej rozkładu,
- rzędu kwantyla, przy którym wyznaczony narzut bezpieczeństwa odpowiada kosztowi kapitału przy stopie 6%.

Wykres 10. Histogram stopy kosztu kapitału odpowiadającej narzutowi bezpieczeństwa wyznaczonemu w oparciu o kwantyl rzędu 0,75



Wykres 11. Histogram rzędu kwantyla odpowiadającego narzutowi bezpieczeństwa wyznaczonemu w oparciu stopę kosztu kapitału 6%



Dla analizowanych jednostek stopa kosztu kapitału, przy której wymagany narzut bezpieczeństwa jest równy narzutowi bezpieczeństwa wyznaczonemu jako różnica kwantyla rzędu 0,75 oraz wartości oczekiwanej rozkładu, w zdecydowanej większości przypadków jest

większa niż 6%. Histogramy charakteryzują się podobnym kształtem niezależnie od analizowanego rozkładu prawdopodobieństwa jak i stosowanej miary. Nieznacznie wyróżnia się jedynie rozkład normalny, który charakteryzuje się najbardziej zróżnicowanymi wartościami stopy kosztu kapitału oraz dominantą w przedziale (20% ; 40%>.

Dla analizowanych jednostek rząd kwantyla, przy którym wyznaczony narzut bezpieczeństwa odpowiada kosztowi kapitału przy stopie 6%, w przeważającej większości przypadków jest niższy niż 0,75. O ile wykresy histogramów rzędu kwantyla dla rozkładu lognormalnego oraz gamma przyszłych wypłat są kształtem zbliżone do siebie, to w przypadku rozkładu normalnego przyszłych wypłat dla blisko 70% analizowanych jednostek kwantyl, przy którym narzuty bezpieczeństwa są jednakowe, zawiera się w przedziale (0,5 ; 0,55>.

VIII Analiza zmienności przyszłych wypłat

Wartość wypłat odszkodowań i świadczeń zależy od wielu czynników, które wpływają na zmienność dokonywanych wypłat przez zakłady ubezpieczeń (zagadnienie to zostało poruszone w rozdziale I). W niniejszym rozdziale skoncentrowano uwagę na badaniu zależności zmienności przyszłych wypłat od wielkości portfela mierzonej wartością rezerwy na niewypłacone odszkodowania i świadczenia.

W związku z niepewnością związaną z przyszłą wartością odszkodowań i świadczeń, w niektórych systemach wypłacalności opartych na modelu kapitału obciążonego ryzykiem (modelu *Risk Based Capital* - RBC) wyznacza się współczynniki ryzyka związane ze zmiennością przyszłych wypłat oraz z ryzykiem niedoszacowania rezerw techniczno-ubezpieczeniowych. Współczynniki te określają zapotrzebowanie zakładu ubezpieczeń na kapitał, posiadanie którego zmniejsza prawdopodobieństwo niewypłacalności zakładu ubezpieczeń.

Analiza zmienności rezerw została przeprowadzona w oparciu o współczynnik zmienności rezerw $V_R = \frac{s.d(R)}{\hat{R}}$ oszacowany na podstawie modelu Macka, gdzie $s.d(R)$ to odchylenie standardowe oszacowania rezerwy.

VIII.1 Funkcja regresji zmienności przyszłych wypłat

Średnia wartość współczynnika zmienności analizowanych jednostek wyniosła 0,7601 przy odchyleniu standardowym 0,7752. Zauważalna jest tendencja, iż wartość współczynnika silnie zależy od wielkości portfela wyrażonego zarówno liczbą jak i wartością szkód. I tak przykładowo, wśród jednostek o średniej liczbie ponad 100 szkód w ciągu roku i nie mniejszej niż 30 szkód w każdym roku, według roku zajścia szkody, średnia wartość współczynnika zmienności wynosi już 0,4551 przy odchyleniu standardowym 0,4828.

W ramach przygotowań do nowej formuły wyznaczania wymogu kapitałowego dla brytyjskich zakładów ubezpieczeń nie na życie, została oszacowana funkcja regresji wiążąca wartość rezerwy z wartością współczynnika zmienności²⁸. Ze względu na łatwość implementacji oraz jakość dopasowania funkcji do danych, dla polskiego rynku została przyjęta identyczna postać funkcyjna jak dla rynku w Wielkiej Brytanii:

²⁸ FSA, Calibration of the general insurance risk based capital model. Financial Services Authority, London 2003, s. 13-16.

$$\hat{V}_{R,i} = \alpha_g (\hat{R}_i)^{-\beta_g},$$

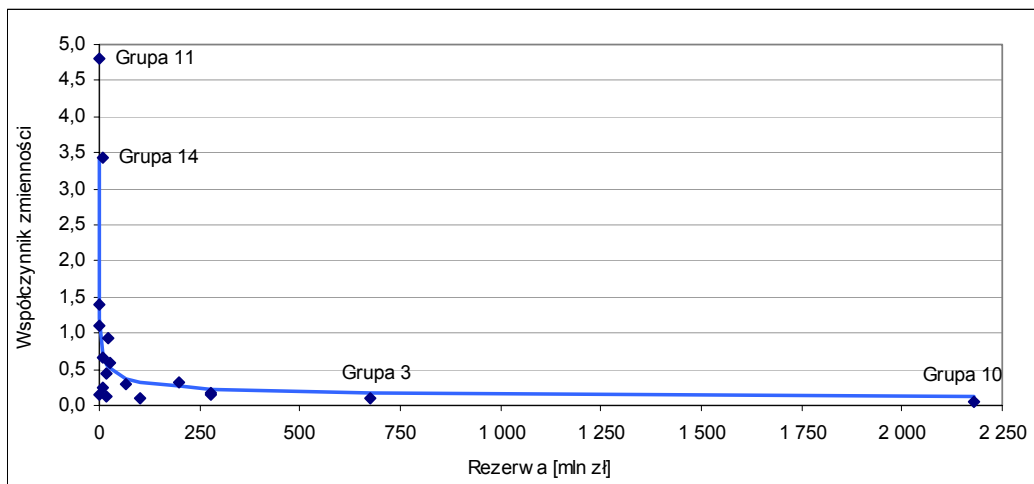
gdzie:

\hat{R}_i - wartość rezerwy oszacowana według modelu Macka dla i -tej jednostki (w mln zł),

α_g, β_g - parametry funkcji regresji dla g -tej grupy ubezpieczeń.

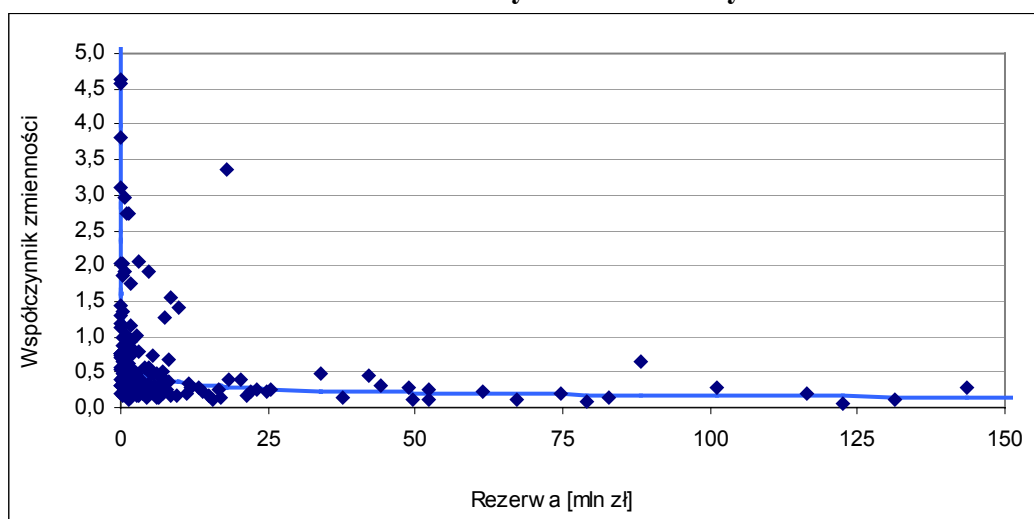
Oszacowana funkcja regresji dla 18 grup przyjmuje postać $\hat{V}_{R,i} = 1,458833(\hat{R}_i)^{-0,327498}$ ($R^2=0,483$, $p\text{-value}_\alpha=0,001$, $p\text{-value}_\beta=0,004$).

Wykres 12. Grupy ubezpieczeń według współczynnika zmienności i wysokości rezerwy



Oszacowana funkcja regresji dla wszystkich jednostek o pełnych trójkątach przyjmuje postać $\hat{V}_{R,i}^{(1)} = 0,735891(\hat{R}_i)^{-0,318926}$ ($R^2=0,262$, $p\text{-value}_\alpha=0,000$, $p\text{-value}_\beta=0,000$), natomiast dla jednostek o pełnych trójkątach i licznym portfelu szkód oszacowana funkcja przyjmuje postać $\hat{V}_{R,i}^{(2)} = 0,600545(\hat{R}_i)^{-0,199685}$ ($R^2=0,112$, $p\text{-value}_\alpha=0,000$, $p\text{-value}_\beta=0,001$). Wartości $\hat{V}_{R,i}^{(1)}$ są lepiej dopasowane oraz bardziej zróżnicowane niż wartości $\hat{V}_{R,i}^{(2)}$ w zależności od wielkości rezerw, tzn. niskim rezerwom przyporządkowuje wyższe współczynniki zmienności, natomiast wysokim rezerwom niskie współczynniki. Wykresy oszacowanych funkcji przecinają się w punkcie odpowiadającym rezerwie o wysokości 5,49 mln zł.

Wykres 13. Analizowane jednostki o pełnych trójkątach szkód według współczynnika zmienności i wysokości rezerwy



Zmienność wypłat zależy od grupy ubezpieczeń. Parametry funkcji regresji zostały oszacowane dla ośmiu grup ubezpieczeń, w których dla co najmniej 12 jednostek istnieją pełne trójkąty szkód oraz łącznie dla pozostałych grup.

Tabela 11. Oszacowania parametrów funkcji regresji według grup

Parametr	Grupa ubezpieczeń								
	1	2	3	7	8	9	10	13	Pozostałe
α	0,2977	0,4143	0,6871	1,0387	0,6192	0,5059	0,3691	0,4641	1,3200
p-value $_{\alpha}$	0,000	0,012	0,000	0,013	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001
β	0,3838	0,2780	0,4201	0,3046	0,6815	0,0228	0,2121	0,2036	0,1865
p-value $_{\beta}$	0,000	0,001	0,002	0,014	0,000	0,823	0,001	0,134	0,017
R^2	0,649	0,696	0,561	0,413	0,771	0,003	0,559	0,132	0,198

Oszacowana wartość parametru β dla grupy 9 i 13 jest statystycznie nieistotnie różna od zera i w związku z tym nie może być zastosowana do wyznaczenia współczynników ryzyka, o których mowa w punkcie VII.2.

Na podstawie wyników przedstawionych w tabeli 11. oraz wykresów dopasowania funkcji regresji do danych empirycznych w poszczególnych grupach ubezpieczeń zamieszczonych w załączniku 4., można stwierdzić, że wśród ośmiu analizowanych grup ubezpieczeń najniższymi współczynnikami zmienności charakteryzują się jednostki prowadzące działalność w grupie 10, 3 i 1, natomiast najwyższymi współczynnikami jednostki w grupie 7. Grupy 1, 3 oraz 8 charakteryzują się szybkim spadkiem współczynnika zmienności wraz ze wzrostem wielkości rezerwy. Natomiast grupy 10 i 13 (ubezpieczenia odpowiedzialności cywilnej) charakteryzują się powolnym spadkiem współczynników zmienności wraz ze wzrostem wielkości rezerw.

Próby oszacowania funkcji regresji uwzględniającej wiek zakładu ubezpieczeń jako zmienną objaśniającą zakończyły się niepowodzeniem. Oszacowany parametr nie był statystycznie istotnie różny od zera. Dodatkowo oszacowany znak parametru wskazywał, iż im dłużej zakład ubezpieczeń prowadził działalność, tym wyższy był współczynnik zmienności. Wyniki te są przeciwne niż by oczekiwano oraz niż wyniki uzyskane dla innych ustabilizowanych rynków (Wielka Brytania, USA czy Australia).

VIII.2 Współczynnik ryzyka niedoszacowania rezerw

Ryzyko niedoszacowania rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia wiąże się z faktem, iż przyszłe wypłaty mogą przekroczyć wartość rezerwy utworzonej w tym celu. Niedobór rezerw zakład ubezpieczeń pokrywa poprzez wynik finansowy z własnych środków finansowych. Współczynnik ryzyka niedoszacowania rezerw określa zapotrzebowanie zakładu ubezpieczeń na kapitał w związku z prowadzoną działalnością.

Spośród wielu miar ryzyka dla celów analizy przyjęto najszerzej obecnie stosowaną w finansach miarę ryzyka – wartość zagrożoną (*Value at Risk* – *VaR*). W przypadku zmiennej losowej X określającej wysokość straty, *VaR* można zdefiniować jako kwantyl rzędu γ ($0 \leq \gamma \leq 1$) zmiennej X

$$VaR_\gamma(X) = \inf \{x : \Pr(X \leq x) > \gamma\}.$$

Zatem współczynnik ryzyka niedoszacowania rezerw, a tym samym i zapotrzebowania na kapitał, można zdefiniować jako iloczyn miary ryzyka i prawdopodobieństwa, z jakim to ryzyko może wystąpić

$$\delta(X) = \frac{VaR_\gamma(X)(1-\gamma)}{E[X]}.$$

Przyjmując upraszczające założenie, iż przyszłe wypłaty mają rozkład normalny, współczynnik zapotrzebowania na kapitał przyjmuje postać

$$\delta(X_i) = \Phi^{-1}(\gamma; \hat{R}_i; \alpha_g \hat{R}_i (\hat{R}_i)^{-\beta_g})(1-\gamma) / \hat{R}_i,$$

gdzie $\Phi^{-1}(\gamma; \hat{R}_i; \alpha_g \hat{R}_i (\hat{R}_i)^{-\beta_g})$ to odwrotność skumulowanego rozkładu normalnego w punkcie γ o średniej \hat{R}_i i odchyleniu standardowym $\alpha_g \hat{R}_i (\hat{R}_i)^{-\beta_g} = \hat{R}_i \hat{V}_{R,i}$.

W poniższej tabeli zostały podane współczynniki zapotrzebowania na kapitał wyznaczone na podstawie oszacowanej funkcji regresji $\hat{V}_{R,i}^{(1)} = 0,735891(\hat{R}_i)^{-0,318926}$ dla wybranych wartości najlepszego oszacowania rezerwy według modelu Macka oraz wybranych prawdopodobieństw wystarczalności tworzonych rezerw.

Tabela 12. Współczynniki zapotrzebowania na kapitał

Rezerwa [w mln zł]	Prawdopodobieństwo wystarczalności rezerw				
	0,75	0,90	0,95	0,99	0,995
0,1	50,86%	29,66%	17,61%	4,57%	2,48%
0,5	40,48%	21,76%	12,55%	3,14%	1,68%
1	37,41%	19,43%	11,05%	2,71%	1,45%
5	32,43%	15,64%	8,62%	2,02%	1,07%
10	30,95%	14,53%	7,90%	1,82%	0,95%
25	29,45%	13,38%	7,17%	1,61%	0,84%
50	28,56%	12,71%	6,74%	1,49%	0,77%
100	27,86%	12,17%	6,39%	1,39%	0,72%
150	27,51%	11,91%	6,22%	1,35%	0,69%

Współczynnik zapotrzebowania na kapitał określa, w jakiej proporcji zakład ubezpieczeń powinien posiadać kapitały na pokrycie niedoboru rezerw w stosunku do najlepszego oszacowania rezerw. Przykładowo, jeśli najlepsze oszacowanie rezerwy wynosi 10 mln, a zakład ubezpieczeń utworzył rezerwy na poziomie kwantyla rzędu 0,95, to zakład

ubezpieczeń powinien zabezpieczyć dodatkowo, poza rezerwą, kapitały w wysokości 7,9% wartości rezerw według najlepszego oszacowania na wypadek konieczności regulowania zobowiązań w wyższej niż przewidywał wysokości.

Wyznaczenie podobnych współczynników może zostać dokonane dla każdej z grup ubezpieczeń przy zastosowaniu odpowiedniego rozkładu przyszłych wypłat.

IX Inne wykorzystanie informacji statystycznych według roku zajścia szkody

Projekcję ostatecznej wartości szkód według roku zajścia szkody wykorzystać można do analizy wielu innych obszarów działalności zakładów ubezpieczeń, do których należy m.in. badanie adekwatności bądź ustalanie taryf ubezpieczeniowych, ocena sytuacji finansowej oraz rentowności zakładów ubezpieczeń.

W niniejszym punkcie uwaga została skupiona na badaniu szkodowości według roku zajścia szkody, badaniu średniej wysokości szkód oraz adekwatności rezerw w związku z oceną sytuacji finansowej zakładu ubezpieczeń.

IX.1 Wskaźnik szkodowości ostatecznej

Dzięki trójkątom szkód możemy wyznaczyć dla poszczególnych grup ubezpieczeń rzeczywistą szkodowość roku, czyli wartość tzw. wskaźnika szkodowości „ostatecznej”. Wskaźnik ten definiowany jest jako iloraz łącznych wypłat w poszczególnych latach rozwoju szkód z tytułu szkód zaszłych w roku i do składki zarobionej roku i . W poszczególnych kolumnach tabeli znajdują się:

- średni wskaźnik szkodowości „ostatecznej” ze wskaźników szkodowości „ostatecznej” dla wszystkich analizowanych lat zajścia szkody (wypłaty i rezerwy szkodowe dla roku i do składki zarobionej roku i),
- wskaźnik szkodowości „ostatecznej” dla zagregowanych wartości wypłat i składek po wszystkich analizowanych latach zajścia szkody,
- średni wskaźnik szkodowości brutto „tradycyjny” ze wskaźników dla wszystkich poszczególnych lat (wypłaty i rezerwy szkodowe w roku i do składki zarobionej roku i).

Tabela 13. Szkodowość „ostateczna” roku powstania szkody oraz szkodowość „tradycyjna”

Grupa ubezpieczeń	Średni wskaźnik szkodowości „ostatecznej”	Wskaźnik szkodowości „ostatecznej” zagregowany	Średni wskaźnik szkodowości „tradycyjny”
Grupa 1	43,24%	43,00%	44,52%
Grupa 2	42,63%	42,67%	43,75%
Grupa 3	77,37%	77,42%	79,56%
Grupa 4	15,04%	17,47%	18,43%
Grupa 5	39,13%	38,43%	43,91%
Grupa 6	72,63%	73,57%	77,15%
Grupa 7	26,68%	25,81%	34,77%
Grupa 8	44,86%	44,26%	43,26%
Grupa 9	48,60%	48,19%	50,83%
Grupa 10	78,56%	78,51%	80,79%

Grupa ubezpieczeń	Średni wskaźnik „ostatecznej”	Wskaźnik szkodowości „ostatecznej” zagregowany	Średni wskaźnik szkodowości „tradycyjny”
Grupa 11	4,47%	3,68%	10,68%
Grupa 12	31,14%	27,47%	-0,05%
Grupa 13	50,88%	50,26%	59,38%
Grupa 14	47,67%	43,62%	67,59%
Grupa 15	40,81%	39,46%	50,55%
Grupa 16	49,66%	33,62%	74,52%
Grupa 17	49,21%	44,20%	63,21%
Grupa 18	47,50%	47,72%	48,14%

Mimo różnic metodologicznych poszczególne wskaźniki dla większości grup dają zbliżone rezultaty. Jest to pozytywne zjawisko, gdyż oznacza, że całkowity koszt wypłat z tytułu szkód jednego roku odpowiada skumulowanym wypłatom w jednym roku z tytułu szkód zaszłych w różnych latach, a więc dość równy rozkład szkód w latach. Większe różnice pomiędzy wartościami wskaźników metody „ostatecznej” i „tradycyjnej” zauważamy jedynie w przypadku grupy 11.

Grupy ubezpieczeń o największej szkodowości to grupy 10, 3 oraz 6. Z kolei ubezpieczenia grup 11, 4, 7 oraz 12 należą do najmniejszej szkodowych.

Wartości współczynników szkodowości „ostatecznej” dla poszczególnych grup ubezpieczeń oraz lat zajścia szkody pozwalają, przy założeniu niezmienności szkodowości, bądź też niewielkich, łatwych do przewidzenia wahań szkodowości, w prosty sposób wyznaczyć wartość ostatecznych zobowiązań (poprzez pomnożenie współczynnika szkodowości w danym rodzaju ubezpieczenia przez zarobioną składkę). Na zasadzie tej skonstruowany jest jeden ze wskaźników systemu IRIS - wskaźnik oszacowania deficytu rezerw. Podstawę tego wskaźnika stanowi średnia z ostatnich dwóch lat wartość wskaźnika „ostatecznej” szkodowości roku zajścia szkody. Porównanie z rzeczywiście utworzonymi rezerwami oraz wypłaconymi już odszkodowaniami pozwala określić poziom deficytu/nadwyżki rezerw, który w zestawieniu z kapitałami własnymi określać może poziom bezpieczeństwa zakładu ubezpieczeń.

IX.2 Średnia wartość szkody

Wyznaczone wartości ostatecznych szkód posłużyły również do wyznaczenia **średnich wartości szkód** dla poszczególnych lat rozwoju szkód oraz poszczególnych grup ubezpieczeń. Średnią wartość szkód można zdefiniować jako iloraz kwot wypłaconych odszkodowań i świadczeń (nieskumulowanych lub skumulowanych po latach rozwoju szkód) do odpowiedniej liczby szkód.

Tabela 14. Średnie wartości (w zł) szkód wg roku rozwoju szkód

Grupa ubezpieczeń	1 rok	2 rok	3 rok	4 rok	5 rok	6 rok	7 rok	Kolejne lata łącznie
Średnia wartość szkody (nieskumulowanej)								
Grupa 1	449	564	1 154	1 262	2 843	14 823	958	607
Grupa 2	927	1 134	1 381	2 126	8 831	9 088	1 210	2 318
Grupa 3	5 540	5 861	2 810	5 715	9 260	31 256	4 787	7 341
Grupa 4	1 442	3 553	8 824	-	333	-	-	33 256
Grupa 5	110 003	96 499	29 096	42 889	14 244	50 918	-	149 122

Grupa ubezpieczeń	1 rok	2 rok	3 rok	4 rok	5 rok	6 rok	7 rok	Kolejne lata łącznie
	31 474	75 635	122 316	99 077	68 042	16 478	104 692	108 674
Grupa 7	1 440	4 029	7 846	102 517	22 193	-	-	10 423
Grupa 8	4 713	11 994	22 097	8 354	31 550	67 317	107 921	16 174
Grupa 9	1 575	4 840	18 198	35 439	34 757	89 355	49 487	10 798
Grupa 10	4 297	5 732	10 691	11 935	14 299	19 782	29 750	20 065
Grupa 11	1 530	1 556	37 689	7 240	162	-	-	159 617
Grupa 12	24 892	78 761	54 980	118 092	96 700	63 985	-	120 521
Grupa 13	1 244	2 104	6 974	11 858	17 265	40 985	19 619	26 438
Grupa 14	10 165	16 960	8 457	4 070	-68 510	-261 323	-763 352	40 736
Grupa 15	16 882	7 317	4 346	-4 033	61 601	-17 458	-3 358	502 966
Grupa 16	5 574	9 076	142 457	58 235	2 593 228	529 659	85 916	144 943
Grupa 17	4 063	3 346	2 304	-	-	-	-	43 902
Grupa 18	624	635	1 642	810	1 783	486	-	583
Średnia wartość szkody (skumulowanej po latach rozwoju szkody)								
Grupa 1	449	477	482	483	483	483	483	491
Grupa 2	927	962	967	968	969	969	969	1 009
Grupa 3	5 540	5 586	5 578	5 578	5 579	5 580	5 580	5 633
Grupa 4	1 442	2 038	2 218	2 218	2 213	2 213	2 213	2 971
Grupa 5	110 003	104 601	98 192	94 496	91 073	90 603	90 612	97 396
Grupa 6	31 474	43 146	45 564	46 027	46 075	46 047	46 056	52 780
Grupa 7	1 440	1 801	1 899	1 958	1 959	1 959	1 959	2 407
Grupa 8	4 713	5 525	5 650	5 666	5 680	5 685	5 687	6 200
Grupa 9	1 575	1 893	1 938	1 956	1 966	1 968	1 969	2 143
Grupa 10	4 297	4 574	4 683	4 732	4 757	4 775	4 785	5 837
Grupa 11	1 530	1 538	1 850	1 872	1 867	1 867	1 867	4 217
Grupa 12	24 892	43 814	44 909	46 679	46 993	47 063	47 063	62 420
Grupa 13	1 244	1 429	1 509	1 553	1 581	1 615	1 620	3 113
Grupa 14	10 165	12 134	11 649	11 320	11 097	11 070	11 044	12 890
Grupa 15	16 882	11 245	11 008	10 882	11 045	10 994	10 975	13 794
Grupa 16	5 574	6 675	7 664	7 690	7 831	7 860	7 862	10 929
Grupa 17	4 063	3 747	3 635	3 671	3 671	3 671	3 671	6 511
Grupa 18	624	626	630	630	630	630	630	628

Powyższe rezultaty również mogą posłużyć do oszacowania całkowitej wysokości szkód dla analizowanego roku, poprzez pomnożenie ich przez spodziewaną w latach następnych liczbę szkód w trakcie likwidacji. Należy jednak pamiętać, iż wszelkie istotne zmiany w zarządzaniu szkodami (np. dotyczące likwidacji szkód, zmian w OWU) zmniejszają możliwość stosowania tej metody przez zakłady ubezpieczeń.

IX.3 Wskaźnik wykorzystania rezerw szkodowych

Z punktu widzenia bezpieczeństwa klientów zakładów ubezpieczeń, a więc i zadań UKNUiFE, najważniejszym obszarem wykorzystania trójkątów szkód jest badanie **adekwatności rezerw szkodowych**.

Badanie takie może być przeprowadzone, równoległe z badaniem w oparciu o metody statystyczne przedstawionym w rozdziale VI i VII, w ramach analizy wskaźnikowo-finansowej, m.in. przez porównanie wielkości odszkodowań wypłaconych w okresie

sprawozdawczym z tytułu szkód zaszych w okresie X i rezerw utworzonych na te szkody na koniec okresu sprawozdawczego z rezerwami utworzonymi na te szkody na koniec poprzedniego okresu sprawozdawczego. Wskaźnik wykorzystania rezerw szkodowych dla szkód zaszych w roku X można więc zdefiniować następująco:

$$Wsk = \frac{Wyplaty(X)_{t+1} + Rezerwy(X)_{t+1}}{Rezerwy(X)_t}, \text{ gdzie } t \text{ oznacza okres sprawozdawczy.}$$

Tabela 15. Wartości wskaźnika wykorzystania rezerw szkodowych²⁹

Grupa ubezpieczeń	Rok zajścia szkody						
	Ogółem	2003	2002	2001	2000	1999	1998
Dane dla roku sprawozdawczego 2002							
Grupa 1	77,43%			82,78%	59,32%	63,39%	66,59%
Grupa 2	49,27%			52,53%	45,89%	42,66%	34,48%
Grupa 3	78,87%			80,09%	70,26%	94,88%	66,66%
Grupa 4	26,41%			26,41%	-	-	-
Grupa 5	96,92%			41,03%	106,18%	1690,52%	106,09%
Grupa 6	85,09%			98,61%	48,41%	82,31%	64,09%
Grupa 7	73,59%			67,26%	73,56%	146,14%	76,55%
Grupa 8	73,92%			71,42%	80,94%	81,26%	67,31%
Grupa 9	78,48%			68,91%	102,74%	107,77%	46,07%
Grupa 10	101,84%			95,95%	105,95%	102,88%	104,10%
Grupa 11	111,55%			85,97%	93,13%	123,20%	121,09%
Grupa 12	71,30%			50,70%	103,08%	88,64%	66,40%
Grupa 13	101,40%			96,18%	121,61%	143,94%	89,79%
Grupa 14	97,56%			86,25%	288,93%	159,80%	64,06%
Grupa 15	103,42%			100,97%	136,82%	77,45%	100,92%
Grupa 16	34,78%			28,99%	43,25%	108,52%	689,10%
Grupa 17	3501,19%			4283,79%	44,09%	-	-
Grupa 18	62,40%			78,56%	54,81%	19,13%	18,65%
Dane dla roku sprawozdawczego 2003							
Grupa 1	91,60%		100,35%	92,55%	47,96%	29,86%	40,60%
Grupa 2	71,88%		71,05%	79,71%	98,10%	31,63%	71,59%
Grupa 3	82,75%		88,37%	65,85%	65,63%	76,34%	86,32%
Grupa 4	84,77%		84,65%	-	-	-	-
Grupa 5	94,68%		81,40%	101,09%	116,53%	184,27%	99,34%
Grupa 6	100,10%		158,91%	76,29%	58,41%	60,90%	24,43%
Grupa 7	113,30%		82,59%	79,28%	92,97%	113,55%	430,88%
Grupa 8	78,26%		77,57%	82,49%	82,46%	88,22%	61,89%
Grupa 9	83,98%		79,48%	57,27%	100,06%	112,94%	113,80%
Grupa 10	101,05%		106,20%	100,97%	92,99%	103,41%	99,75%
Grupa 11	96,80%		225,87%	103,39%	24,54%	82,94%	88,11%
Grupa 12	64,67%		38,18%	114,12%	87,04%	82,92%	62,99%
Grupa 13	106,66%		110,91%	119,99%	119,90%	114,84%	90,72%
Grupa 14	95,96%		78,14%	128,89%	206,38%	95,59%	67,32%
Grupa 15	100,97%		68,56%	135,33%	240,05%	25,05%	509,99%
Grupa 16	84,69%		80,16%	89,63%	13,81%	231,11%	57971,57%

²⁹ Wskaźnik oparto na rzeczywistych rezerwach wykazanych przez zakłady ubezpieczeń w sprawozdaniach finansowych.

Grupa ubezpieczeń	Rok zajścia szkody						
	Ogółem	2003	2002	2001	2000	1999	1998
Grupa 17	77,70%		75,81%	87,81%	-	-	-
Grupa 18	98,36%		125,36%	64,12%	40,67%	114,75%	72,09%
Dane dla roku sprawozdawczego 2004							
Grupa 1	84,72%	92,63%	63,47%	41,31%	36,68%	50,48%	102,94%
Grupa 2	81,29%	81,01%	90,69%	66,42%	64,40%	41,17%	98,48%
Grupa 3	76,09%	87,41%	33,77%	51,44%	80,07%	112,39%	99,17%
Grupa 4	87,73%	57,96%	260,06%	-	-	-	-
Grupa 5	106,35%	105,94%	113,61%	54,55%	164,13%	-	-
Grupa 6	100,87%	118,69%	89,30%	73,73%	66,43%	14,41%	86,69%
Grupa 7	76,27%	58,31%	76,37%	119,10%	67,54%	86,70%	88,73%
Grupa 8	104,73%	109,72%	112,89%	109,68%	98,08%	87,89%	78,63%
Grupa 9	83,76%	81,75%	116,00%	120,42%	39,24%	90,82%	83,85%
Grupa 10	96,24%	105,17%	87,17%	83,45%	87,26%	84,76%	103,04%
Grupa 11	89,87%	328,28%	86,77%	99,75%	38,21%	72,97%	80,67%
Grupa 12	60,32%	68,26%	55,09%	44,59%	22,13%	59,62%	85,09%
Grupa 13	116,95%	124,68%	121,85%	131,61%	124,47%	101,75%	101,17%
Grupa 14	75,58%	65,87%	90,61%	110,93%	70,64%	173,58%	69,20%
Grupa 15	75,97%	55,69%	110,54%	77,03%	83,77%	438,79%	61,92%
Grupa 16	141,59%	107,80%	203,14%	104,25%	607,81%	93,17%	69,30%
Grupa 17	54,87%	57,08%	47,90%	58,98%	-	-	-
Grupa 18	63,76%	60,59%	62,17%	73,20%	88,39%	90,51%	91,71%

Za sytuację normalną uznać można tę, w której wartość wskaźnika oscyluje wokół 100%. Wartość poniżej 100% oznacza, że rezerwy w poprzednim roku były zawyżone. W odwrotnej sytuacji (rezerwy niedoszacowane) zakład ubezpieczeń będzie musiał znaleźć dodatkowe środki na wypłatę odszkodowań lub zwiększenie rezerw ponad wielkość wynikającą z ustalonej wcześniej rezerwy szkodowej. Wyniki badania pokazują, iż rezerwy zakładów ubezpieczeń na koniec roku 2003 dla większości grup ubezpieczeń utworzone zostały w wysokości większej niż faktycznie dokonane wypłaty w kolejnych latach. Potencjalnie najgorsza sytuacja ma miejsce w ubezpieczeniach grupy 16 i 13, dla których wartości wskaźnika wyraźnie przekraczają poziom 100%. Nie są to jednak wartości, które powinny budzić szczególny niepokój. Sytuacja mogłaby być uznana za niebezpieczną, gdyby wartości wskaźnika przez kilka lat z rzędu przekraczały ustaloną wartość graniczną. Za graniczną wartość wskaźnika przyjmuje się zwykle poziom 120%.

W celu zminimalizowania wpływu tworzonych przez zakłady ubezpieczeń rezerw na wartość wskaźnika oraz zbadania wystarczalności rezerw na okres dłuższy niż jeden okres sprawozdawczy można wykorzystać zmodyfikowaną postać wskaźnika wykorzystania rezerw szkodowych uwzględniający w liczniku skumulowaną wielkością wypłat odszkodowań wypłaconych w kolejnych latach, do roku sprawozdawczego $t+n$ włącznie. Wskaźnik taki przyjmuje postać:

$$Wsk = \frac{Wyplaty(X)_{t+1} + Wyplaty(X)_{t+2} + \dots + Wyplaty(X)_{t+n} + Rezerwy(X)_{t+n}}{Rezerwy(X)_t},$$

gdzie t oznacza okres sprawozdawczy.

Tabela 16. Wartości zmodyfikowanego wskaźnika wykorzystania rezerw szkodowych (t+n=2004)

Grupa ubezpieczeń	Rok zajścia szkody					
	Ogółem	2002	2001	2000	1999	1998
Wskaźnik dla rezerw utworzonych w 2001 r.						
Grupa 1	67,81%		79,56%	41,69%	18,41%	29,49%
Grupa 2	41,09%		47,15%	39,46%	9,68%	24,88%
Grupa 3	66,31%		69,63%	45,78%	74,70%	59,43%
Grupa 4	26,90%		26,41%	-	-	-
Grupa 5	50,81%		39,90%	109,31%	1774,80%	21,67%
Grupa 6	58,70%		76,65%	25,96%	42,10%	20,47%
Grupa 7	99,51%		72,16%	77,43%	150,98%	284,26%
Grupa 8	66,75%		70,43%	82,00%	68,12%	36,18%
Grupa 9	68,89%		64,18%	80,58%	95,50%	46,17%
Grupa 10	97,55%		88,13%	90,53%	92,70%	107,08%
Grupa 11	73,84%		88,36%	10,21%	76,01%	89,02%
Grupa 12	37,10%		36,29%	24,46%	54,73%	38,51%
Grupa 13	115,20%		130,74%	168,47%	164,51%	81,96%
Grupa 14	117,26%		109,43%	422,16%	141,22%	33,82%
Grupa 15	100,27%		99,31%	196,44%	24,39%	52,39%
Grupa 16	39,41%		23,56%	66,14%	183,69%	2599,40%
Grupa 17	3182,76%		3872,48%	135,95%	-	-
Grupa 18	56,29%		73,00%	35,80%	20,22%	16,88%
Wskaźnik dla rezerw utworzonych w 2002 r.						
Grupa 1	85,76%	95,07%	73,69%	43,71%	16,06%	38,64%
Grupa 2	68,56%	71,81%	56,61%	79,09%	17,31%	71,29%
Grupa 3	67,77%	73,97%	41,08%	53,91%	72,78%	85,85%
Grupa 4	104,60%	104,49%	-	-	-	-
Grupa 5	42,78%	86,93%	82,81%	127,69%	184,27%	14,75%
Grupa 6	86,80%	152,49%	59,44%	44,64%	13,54%	21,10%
Grupa 7	121,33%	78,19%	118,29%	112,83%	106,51%	397,99%
Grupa 8	81,11%	78,51%	96,23%	101,60%	79,28%	48,79%
Grupa 9	77,81%	80,73%	77,90%	58,76%	86,31%	100,33%
Grupa 10	95,47%	97,17%	86,47%	82,75%	88,77%	103,02%
Grupa 11	79,72%	194,63%	103,05%	9,33%	60,04%	71,61%
Grupa 12	40,17%	25,00%	62,89%	20,61%	50,10%	53,27%
Grupa 13	116,78%	121,50%	148,55%	142,94%	115,83%	90,92%
Grupa 14	88,12%	63,96%	172,44%	249,43%	76,38%	47,44%
Grupa 15	76,34%	64,60%	91,68%	182,09%	26,34%	37,07%
Grupa 16	111,57%	107,78%	78,17%	224,90%	191,29%	377,21%
Grupa 17	66,90%	64,74%	77,31%	-	-	-
Grupa 18	101,14%	118,42%	59,25%	59,34%	105,78%	90,36%

Otrzymane rezultaty prowadzą do częściowo innych wniosków niż uzyskane przy analizie wskaźnika wykorzystania rezerw szkodowych. W szczególności różnice dotyczą poziomów niedoszacowania i przeszacowania rezerw, a nie faktu zidentyfikowania niedoszacowania lub przeszacowania rezerw w danej grupie ubezpieczeń.

Wnioski końcowe

W 2002 roku organ nadzoru przygotował pierwsze, wstępne badanie rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia przy pomocy trójkątów szkód. Wskazywano wówczas na liczne ograniczenia, przy których zostało ono przeprowadzone. Najważniejsze ograniczenia wynikały z faktu dysponowania krótkimi szeregami czasowymi danych oraz występowania niejednorodności danych będącej konsekwencją różnych dopuszczalnych interpretacji poszczególnych pozycji sprawozdawczych. Stwierdzono jednocześnie, iż uzyskane wyniki były na tyle zachęcające, że metodologia badania rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia przy pomocy trójkątów szkód powinna być stale rozwijana.

Obecne badanie uwzględniające pełniejsze i bardziej jednolite dane wydaje się dla większości grup ubezpieczeń nie napotykać na większość tych ograniczeń. Do podstawowych problemów związanych z danymi zauważonych w czasie obecnego badania, innych niż te, z których wynikała konieczność uzupełniania i korygowania danych (opisanych w punkcie IV.4), należały:

- uwzględnianie łącznie danych dotyczących szkód zaszłych w roku 1998 i lat wcześniejszych w sprawozdaniach zakładów ubezpieczeń,
- występowanie jednorazowych dużych wypłat w niektórych grupach ubezpieczeń (nie mających charakteru ubezpieczeń masowych),
- występowanie zwrotów i regresów w wysokości przekraczającej wielkość wypłat.

Otrzymane rezultaty dla Polski, jeśli chodzi o strukturę wypłat w poszczególnych okresach rozwoju szkód, bądź podział grup ubezpieczeń według okresu inkubacji szkód i długości okresu rozliczania odpowiadają w większości przypadków wynikom i klasyfikacjom w krajach o rozwiniętych rynkach ubezpieczeń. Pozytywnym zjawiskiem, szczególnie dla zakładów ubezpieczeń, które nie posiadają odpowiednich swoich statystyk umożliwiających opracowanie trójkątów szkód, jest również możliwość wykorzystywania przez nie tradycyjnych wskaźników szkodowości oraz średnich wysokości szkód (dane potrzebne do ich wyznaczenia publikowane są na stronie internetowej UKNUIFE) do kalkulacji rezerw bądź taryf. W świetle wyników przeprowadzonego badania, wykorzystanie w tym celu publikowanych wartości lub wskaźników nie powinno prowadzić do istotnych błędów. Zauważalna jest również, w porównaniu z poprzednim badaniem, poprawa efektywności tworzenia rezerw szkodowych. Łącznie zakłady ubezpieczeń dla większości grup ubezpieczeń utworzyły rezerwy w wysokości zabezpieczającej interesy ubezpieczonych.

Wyniki analizy zaprezentowane w raporcie w odniesieniu do rezerw ogółem na poziomie wszystkich grup ubezpieczeń działu II można uznać za optymistyczne. Wyniki analizy dla jednostek wskazują, iż ok. 1/3 jednostek charakteryzuje się prawdopodobieństwem wystarczalności rezerw mniejszym niż 50%, natomiast ok. 1/2 jednostek posiada rezerwy w wysokości powyżej kwantyla rzędu 0,75.

Na podstawie przeprowadzonego porównania wartości wymaganego narzutu bezpieczeństwa uzyskanych przy wykorzystaniu podejścia kwantylowego i kosztu kapitału można stwierdzić, iż dla rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia wartość wymaganego narzutu bezpieczeństwa według podejścia kwantylowego jest w zdecydowanej większości przypadków wyższa niż według podejścia kosztu kapitału. Przeprowadzone badanie nie wykazało przewagi żadnego z podejść pod względem stopnia skomplikowania obliczeń. Dalsze prace mające na celu określenie możliwości zastosowania obu podejść przewidziane są w ramach badania QIS2.

Przeprowadzone badanie wskazuje, że na bazie dostępnych w chwili obecnej danych można z powodzeniem zastosować modele i metody stochastyczne w analizie adekwatności rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia. Modele te mogą być w dość łatwy sposób wykorzystane do szacowania rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia przez polskie zakłady ubezpieczeń posiadające odpowiednie dane historyczne. Naturalną kontynuacją badania wydaje się w przyszłości wykorzystanie bardziej zaawansowanych modeli i metod jak np. modeli GLM, modeli wiarygodności, filtru Kalmana czy metody bootstrap w celu pogłębienia i rozszerzenia analizy. Oddzielna i bardziej szczegółowa analiza może być także przeprowadzona dla wartości odszkodowań i świadczeń z uwzględnieniem lub wyłączeniem poszczególnych pozycji, takich jak np.: świadczenia rentowe, szkody ponownie otwarte, poziom reasekuracji, wielkość kosztów likwidacji szkód czy wielkość zwrotów, regresów i odzysków. Pozycje te mogą być również analizowane indywidualnie.

Literatura

- 1) American Academy of Actuaries, Fair Valuation of Insurance Liabilities: Principles and Methods, Public Policy Monograph, September 2002.
- 2) APRA, General Insurance, “Risk Margins Industry Report”, October 2005.
- 3) Bijak W., Pawlak M., Smętek M., Analiza rezerw na podstawie trójkątów szkód - badanie wstępne dla polskiego rynku ubezpieczeń, w *Inwestycje finansowe i ubezpieczenia - tendencje światowe a polski rynek*, redakcja K. Jajuga, W. Ronka-Chmielowiec, Prace Naukowe AE we Wrocławiu Nr 990, Wrocław 2003, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu.
- 4) CEA Working Document on Cost of Capital – Draft for discussion purposes only, CEA, Brussels 2006.
- 5) CEIOPS, Draft Answers to the Second Wave of Calls for Advice in the Framework of the Solvency II Project (CEIOPS-CP-04/05), <http://www.ceiops.org/>.
- 6) CRO Forum, A market cost of capital approach to market value margins – Discussion paper, The Chief Risk Officer Forum, bm 17th March 2006.
- 7) CRO Forum, Solutions to major issues for Solvency II, joint submission by the CRO Forum and CEA, bm 2006, <http://www.cea.assur.org/>.
- 8) Cummins J.D., Phillips R.D., Estimating the Cost of Equity Capital for Property-Liability Insurers, Working Paper 03-17, The Wharton Financial Institutions Center, June 23, 2003.
- 9) Denuit M., Dhaene J., Goovaerts M., Kaas R., Actuarial Theory for Dependent Risks – Measures, Orders and Models, John Wiley & Sons, Chicester 2005.
- 10) EACG, Solvency II: Risk Margin Comparison, list skierowany do CEIOPS z dnia 13 lutego 2006 r.
- 11) England P., Addendum to “Analytic and Bootstrap Estimates of Prediction Errors in Claims Reserving”, Actuarial Research Paper, 2001, nr 138.
- 12) England P., Verral R., Standard Error of Prediction in Claims Reserving: A Comparison of Methods, Institute of Actuaries, London 1998.
- 13) England P., Verral R., Stochastic claims reserving in general insurance, Institute of Actuaries, London 2002.
- 14) European Commission, Report of the working group on non-life technical provisions to the IC Solvency Subcommittee, MARKET/2529/02-EN, September 2002.
- 15) FOPI, The Swiss Experience with Market Consistent Technical Provisions – the Cost of Capital Approach, Federal Office of Private Insurance, Bern 24th February 2006.
- 16) FOPI, White Paper of the Swiss Solvency Test, Federal Office of Private Insurance, Bern 2004.
- 17) FSA, Calibration of the general insurance risk based capital model, Financial Services Authority, London 2003.
- 18) Hertig J., A statistical approach to the IBNR-reserves in marine insurance, ASTIN Bulletin, 1985, nr 15.

- 19) Kaufmann R., Wyler A., Summary on the Swiss Solvency Test, De Actuaris, March 2005, www.ag-ai.nl/files_content/ag%20publicaties/actuaris/da%2012-4/summary%20swiss%20solvency.pdf.
- 20) KPMP, European Commission, Study into the methodologies to assess the overall financial position of an insurance undertaking from the perspective of prudential supervision, May 2002.
- 21) Mack T., Distribution-free calculation of the standard error of Chain Ladder reserve estimates, ASTIN Bulletin, 1993, nr 23.
- 22) Mack T., Measuring the Variability of Chain Ladder Reserve Estimates, CAS 1994 Spring Forum.
- 23) Mack T., The Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates: Recursive Calculation and Inclusion of a Tail Factor, ASTIN Bulletin, 1999, nr 29.
- 24) Manghetti, G. (chairmanship), Report „Technical provisions in non-life insurance”, Conference of the Insurance Supervisory Authorities of the Member States of the European Union, 2000.
- 25) Müller, H. (chairmanship), Report „Solvency of insurance undertakings”, Conference of the Insurance Supervisory Authorities of the Member States of the European Union, April 1997.
- 26) Nakada P., Shah H., Koyluoglu H.U., Collignon O., P&C RAROC: A catalyst for Improved Capital Management In the Property and Casualty Insurance Industry, The Journal of Risk Finance, Fall 1999.
- 27) PUNU, Wyniki sektora ubezpieczeń za rok 1998, PUNU, Warszawa 1999.
- 28) Ruygt F., Cost of capital approach for setting risk margins for insurance contracts liabilities, IASB, Information for Observers, 3 January 2006.
- 29) Schmidt K., A Bibliography on Loss Reserving, Lehrstuhl für Versicherungsmathematik, TU Dresden, 2005, <http://www.math.tu-dresden.de/sto/Schmidt>.
- 30) SwissRe, Insurers' cost of capital and economic value creation: principles and practical implications, Swiss Re, Sigma No 3/2005.
- 31) Taylor G., Loss Reserving – An Actuarial Perspective, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London 2000.
- 32) Taylor G., McGuire G., Greenfield A., Loss Reserving: Past, Present and Future, Research Paper Number 109, The University of Melbourne, September 2003.
- 33) Ustawa z dnia 22 maja 2003 o działalności ubezpieczeniowej (Dz. U. z 2003 r. Nr 124, poz. 1151 z późn. zm.).
- 34) Rozporządzenie Ministra Finansów z 30 marca 2005 roku w sprawie kwartalnych i dodatkowych rocznych sprawozdań finansowych i statystycznych zakładów ubezpieczeń (Dz.U. z 2005 r. Nr 51 poz. 465, Dz.U. z 2006 r. Nr 20 poz. 155).
- 35) Rozporządzenie Ministra Finansów z 31 grudnia 1998 roku w sprawie zasad sporządzania kwartalnych i rocznych sprawozdań finansowych przedstawianych organowi nadzoru przez zakłady ubezpieczeń, formy tych sprawozdań oraz sposobu potwierdzania przez zarząd zgodności tych sprawozdań ze stanem faktycznym (Dz. U. z 1998 r. Nr 166, poz. 1215, z 2000 r. Nr 15, poz. 183 i z 2001 r. Nr 33, poz. 387).

- 36) Rozporządzenie Ministra Finansów z dnia 8 grudnia 2003 r. w sprawie szczególnych zasad rachunkowości zakładów ubezpieczeń (Dz.U. z 2003 r. Nr 218 poz. 2144 z późn. zm.).
- 37) Dyrektywa Rady Wspólnot Europejskich (obecnie Unii Europejskiej) z 19 grudnia 1991 r. w sprawie rocznych sprawozdań finansowych oraz skonsolidowanych sprawozdań finansowych zakładów ubezpieczeń (91/674/EEC).

Załączniki

Załącznik 1. Współczynniki przejścia według roku zajścia i rozwoju szkód wyznaczone na podstawie skumulowanych wypłaconych odszkodowań i świadczeń ogółem według grup ubezpieczeń

Współczynniki przejścia według roku zajścia szkody i oraz roku rozwoju j wyznaczono na podstawie wypłaconych odszkodowań według wzoru

$$\zeta_{i,j} = \frac{\sum_{m=1}^j Y_{i,m}}{\sum_{m=1}^{j-1} Y_{i,m}}, \text{ gdzie } j=2,\dots,7, i=1998, \dots, 2005-j,$$

natomiast współczynniki przejścia dla szkód ostatecznych wyznaczono według wzoru

$$\zeta_{i,Rez} = \frac{\sum_{m=1}^{2005-i} Y_{i,m} + R_i}{\sum_{m=1}^{2005-i} Y_{i,m}}, \text{ gdzie } i=1998, \dots, 2004 \text{ oraz } R_i \text{ to wartość rezerwy na niewypłacone}$$

odszkodowania i świadczenia zasze w roku i wykazana według stanu na koniec roku 2004.

Grupa 1	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,3882	1,0148	1,0023	1,0011	1,0032	1,0003	1,0005
1999	1	1,4496	1,0230	1,0040	1,0012	1,0001		1,0018
2000	1	1,5234	1,0264	1,0078	1,0006			1,0035
2001	1	1,5182	1,0302	1,0049				1,0065
2002	1	1,5081	1,0289					1,0152
2003	1	1,4812						1,0559
2004	1							1,6681

Grupa 2	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,3252	1,0183	1,0009	1,0003	1,0002	1,0003	1,0060
1999	1	1,2544	1,0239	1,0017	1,0000	1,0003		1,0021
2000	1	1,3213	1,0160	1,0111	1,0065			1,0073
2001	1	1,2962	1,0075	1,0085				1,0186
2002	1	1,2754	1,0478					1,0369
2003	1	1,3195						1,0618
2004	1							1,4306

Grupa 3	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,2261	1,0035	1,0008	1,0003	1,0005	1,0001	1,0020
1999	1	1,2308	1,0033	1,0008	1,0007	1,0014		1,0033
2000	1	1,2169	1,0019	1,0012	1,0020			1,0059
2001	1	1,2024	1,0016	1,0026				1,0085
2002	1	1,1872	0,9998					1,0122
2003	1	1,1786						1,0186
2004	1							1,2728

Grupa 4	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	0,6271	1,0270	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1999	1	5,6667	1,0000	1,0000	1,0294	1,0000		1,0000
2000	1	2,1379	1,0000	1,0000	1,0000			1,0000
2001	1	1,2887	0,8160	1,0000				1,0000
2002	1	1,9718	1,2341					1,0063
2003	1	6,3750						1,1216
2004	1							9,6557

Grupa 5	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,3835	1,0051	1,0065	1,0159	1,0331	1,0005	1,0000
1999	1	1,7572	1,0196	1,1536	1,0153	0,9998		1,0000
2000	1	1,8513	1,2031	1,0197	1,0054			1,0000
2001	1	1,1063	1,0072	1,0000				1,0038
2002	1	1,2975	1,0901					1,1755
2003	1	7,6417						1,5604
2004	1							7,3509

Grupa 6	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,6555	1,0572	1,0327	1,0064	1,0006	1,0026	1,0053
1999	1	2,4581	1,4081	1,0507	1,0039	1,0015		1,0035
2000	1	1,7584	1,0288	1,0259	1,0155			1,0183
2001	1	2,4643	1,0681	1,0257				1,2699
2002	1	2,1304	1,0991					1,1271
2003	1	2,5129						1,4933
2004	1							2,2103

Grupa 7	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,3880	1,0592	1,0387	0,9966	0,9950	1,0023	1,2501
1999	1	1,4667	1,0552	1,0198	0,9788	1,0002		1,0430
2000	1	1,5762	1,3338	1,0600	1,0264			1,0863
2001	1	1,4421	1,0122	1,0893				1,1361
2002	1	1,6223	1,0099					1,0797
2003	1	1,4923						1,2944
2004	1							3,5068

Grupa 8	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,3848	1,0296	1,0088	1,0040	1,0025	1,0025	1,0136
1999	1	1,4624	1,0699	1,0142	1,0047	1,0029		1,0336
2000	1	1,3230	1,0342	1,0193	1,0104			1,1198
2001	1	1,2935	1,0340	1,0170				1,0680
2002	1	1,3016	1,0249					1,0843
2003	1	1,4891						1,1786
2004	1							1,7928

Grupa 9	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,6367	1,0101	1,0043	1,0070	1,0017	1,0019	1,0094
1999	1	1,2885	1,0195	1,0120	1,0165	1,0043		1,0300
2000	1	1,5416	1,0966	1,0240	1,0106			1,0200
2001	1	1,2383	1,0126	1,0143				1,0370
2002	1	1,2730	1,0203					1,1264
2003	1	1,2847						1,1779
2004	1							1,6698

Grupa 10	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,3842	1,0483	1,0244	1,0173	1,0170	1,0158	1,2623
1999	1	1,3516	1,0510	1,0247	1,0158	1,0140		1,1224
2000	1	1,3453	1,0559	1,0316	1,0198			1,1680
2001	1	1,3739	1,0655	1,0316				1,2145
2002	1	1,3798	1,0641					1,2662
2003	1	1,4091						1,3870
2004	1							2,0131

Grupa 11	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,0240	1,0027	1,0016	1,0018	1,0016	1,0024	1,0143
1999	1	2,1380	1,0380	1,0094	1,0008	1,0000		1,1197
2000	1	1,1746	1,0338	1,0000	1,0000			1,1895
2001	1	1,1019	1,4964	1,0764				1,2175
2002	1	1,0337	1,8930					1,7813
2003	1	1,9923						1,3673
2004	1							17,6728

Grupa 12	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	2,0613	1,1799	1,1345	1,0329	1,0033	1,0040	1,1371
1999	1	6,8950	1,2139	1,1601	0,9969	1,0160		1,1871
2000	1	3,3341	1,1450	1,0567	1,0754			1,4172
2001	1	2,8354	1,1824	1,0121				1,6927
2002	1	1,9992	1,1131					1,6259
2003	1	1,9781						2,2663
2004	1							5,0068

Grupa 13	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,5310	1,1029	1,0457	1,0325	1,1369	1,0242	1,4679
1999	1	1,4928	1,0954	1,0760	1,0512	1,0376		1,6165
2000	1	1,4902	1,0963	1,0665	1,0578			1,9373
2001	1	1,6542	1,1243	1,0659				2,2112
2002	1	1,6975	1,0941					1,8979
2003	1	1,5741						2,0752
2004	1							3,4357

Grupa 14	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	2,1223	0,9059	0,8968	0,9331	0,9609	0,9580	1,1027
1999	1	3,9804	1,9588	0,9635	0,9838	0,9984		1,0118
2000	1	2,1861	1,1517	1,1052	0,9288			1,0247
2001	1	1,6672	1,2195	1,0580				1,1260
2002	1	1,9526	1,0177					1,0706
2003	1	1,3235						1,3473
2004	1							2,6345

Grupa 15	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	2,0489	1,0692	0,9904	1,0106	1,0020	0,9950	1,0267
1999	1	1,7899	1,0390	0,7938	1,0691	0,9659		1,0165
2000	1	2,0616	1,0996	1,0671	1,0625			1,2165
2001	1	2,1359	0,9932	1,0254				1,1053
2002	1	1,2170	0,9551					1,2720
2003	1	1,2970						1,5073
2004	1							2,4022

Grupa 16	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,9400	1,0764	1,0002	1,0036	1,0026	1,0016	1,0216
1999	1	2,4750	1,1497	1,0040	1,0027	1,0080		1,0228
2000	1	1,2948	1,1808	1,0055	1,1407			1,0279
2001	1	1,3070	1,2633	1,0234				1,3617
2002	1	1,4674	1,3959					1,5168
2003	1	1,4108						2,6051
2004	1							5,7675

Grupa 17	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998								
1999	1	1,0137	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000		1,0000
2000	1	2,9000	1,1034	1,0000	1,0000			1,1563
2001	1	1,8672	1,0840	1,0468				1,0827
2002	1	1,8115	1,1346					1,2867
2003	1	1,9293						1,5121
2004	1							5,5469

Grupa 18	1	2	3	4	5	6	7	Ostateczne
1998	1	1,2497	1,0722	1,0009	1,0001	1,0000	1,0000	1,0042
1999	1	1,1866	1,0027	1,0001	1,0012	1,0000		1,0064
2000	1	1,1689	1,0040	1,0001	1,0000			1,0134
2001	1	1,2391	1,0024	1,0009				1,0196
2002	1	1,1755	1,0082					1,0188
2003	1	1,1430						1,0399
2004	1							1,1638

Załącznik 2. Metody Chain-Ladder

Nieparametryczny model T. Macka

W modelu nieparametrycznym przyjmuje się założenia:

- 1) istnieją współczynniki przejścia ξ_j , dla których $E[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = C_{i,j} \cdot \xi_j$, $I \leq i \leq I, 1 \leq j \leq I-1$
- 2) szkody według roku zajścia szkody $\{C_{i,1}, \dots, C_{i,J}\}, \{C_{j,1}, \dots, C_{j,J}\}$, gdzie $i \neq j$, są niezależne,
- 3) wariancja $C_{i,j+1}$ jest równa $V[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = C_{i,j} \sigma_j^2, I \leq i \leq I, 1 \leq j \leq I-1$, gdzie σ_j^2 jest nieznanym parametrem.

Zatem współczynnik przejścia ξ_j jest równy ilorazowi $C_{i,j+1}/C_{i,j}$, czyli ilorazowi wartości wypłat dokonanych w ciągu $j+1$ lat do wartości wypłat dokonanych w ciągu j lat.

Estymator współczynników przejścia jest postaci:

$$\hat{\xi}_j = \frac{\sum_{i=1}^{I-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{I-j} C_{i,j}}, 1 \leq j \leq I-1.$$

Ostatni współczynnik przejścia $\hat{\xi}_I$ został oszacowany jako wartość w ogonie najlepiej dopasowanej krzywej, będącej odwrotnością funkcji potęgowej lub odwrotnością dystrybuanty rozkładu Weibulla, do współczynników przejścia $\xi_j, j=I, \dots, I-1$.

Estymator przyszłych skumulowanej wielkości szkód jest postaci:

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,I+1-i} \hat{\xi}_{I+1-i} \cdot \dots \cdot \hat{\xi}_{j-1}, j > I+1-i,$$

a estymator ostatecznej wielkości szkód jest postaci:

$$\hat{C}_{i,N} = C_{i,I+1-i} \hat{\xi}_{I+1-i} \cdot \dots \cdot \hat{\xi}_I.$$

Stąd estymator rezerw przyjmuje postać:

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,N} - C_{i,I+1-i} = C_{i,I+1-i} \cdot (\hat{\xi}_{I+1-i} \cdot \dots \cdot \hat{\xi}_I - 1),$$

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^I \hat{R}_i.$$

Wariancja i estymator wariancji przyszłych wypłaconych szkód jest postaci:

$$V[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = C_{i,j} \sigma_j^2,$$

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{I-j-1} \sum_{i=1}^{I-j} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{\xi}_j \right)^2, 1 \leq j \leq I-2,$$

$$\hat{\sigma}_{I-1}^2 = \min(\hat{\sigma}_{I-2}^4 / \hat{\sigma}_{I-3}^2, \min(\hat{\sigma}_{I-3}^2, \hat{\sigma}_{I-2}^2)),$$

$$\hat{\sigma}_I^2 = \min(\hat{\sigma}_{I-1}^4 / \hat{\sigma}_{I-2}^2, \min(\hat{\sigma}_{I-2}^2, \hat{\sigma}_{I-1}^2)).$$

Błąd średniokwadratowy dla predykcji rezerw jest postaci:

$$MSEP[\hat{R}_i] = MSEP[\hat{C}_{i,N}] = \hat{C}_{i,N}^2 \sum_{j=I+1-i}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\xi}_j^2} \left(\frac{1}{\hat{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{I-j} C_{k,j}} \right),$$

$$MSEP[\hat{R}] = \sum_{i=2}^I \left\{ MSEP[\hat{R}_i] + \hat{C}_{i,N} \left(\sum_{k=i+1}^I \hat{C}_{k,N} \right) \sum_{j=I+1-i}^{I-1} \frac{2\hat{\sigma}_j^2 / \hat{\xi}_j^2}{\sum_{n=1}^{I-j} C_{n,j}} \right\}.$$

Odchylenie standardowe predykcji wynosi:

$$s.d.(R) = \sqrt{MSEP[\hat{R}]}.$$

Parametryczny model J. Hertiga

W modelu parametrycznym przyjmuje się założenia:

- 1) wartości skumulowanych szkód są dodatnie $C_{i,j} > 0$,
- 2) logarytm ilorazu skumulowanych szkód w dwóch następujących po sobie okresach rozwoju szkód jest stały niezależnie od okresu zajścia szkody z dokładnością do składnika losowego,
- 3) składnik losowy jest niezależny i ma rozkład normalny $\eta_{i,j} \sim N(0, \sigma_j^2)$.

$$\text{Zatem } \log[C_{i,j+1} / C_{i,j}] = \log[u_{j+1} / u_j] + \eta_{i,j}$$

gdzie:

$$\log[u_{j+1} / u_j] = \xi_j - \text{współczynnik rozwoju,}$$

u_j – współczynnik wypłat szkód w okresie rozwoju j .

$$\text{Stąd } \log[C_{i,j+1} / C_{i,j}] \sim N(\xi_j, \sigma_j^2).$$

Estymator współczynników rozwoju i estymator wariancji współczynników rozwoju są postaci:

$$\hat{\xi}_j = \sum_{i=1}^{I-j} \log[C_{i,j+1} / C_{i,j}] / (I - j),$$

$$\hat{\xi}_j \sim N(\xi_j, \sigma_j^2 / (I - j)),$$

$$\hat{\sigma}_j^2 = \sum_{i=1}^{I-j} \{ \log[C_{i,j+1} / C_{i,j}] - \hat{\xi}_j \}^2 / (I - j - 1).$$

$$\text{Ponieważ } E[C_{i,j} / \exp \hat{Z}_{i,j}] = \exp \frac{1}{2} \sum_{m=I+1-i}^{j-1} \sigma_m^2 (1 + 1/(I - m)),$$

gdzie $\hat{Z}_{i,j} = \log C_{i,I+1-i} + \sum_{m=I+1-i}^{j-1} \hat{\xi}_m$,

estymator wartości przyszłych wypłaconych szkód jest postaci:

$$\hat{C}_{i,j} = \exp \hat{Z}_{i,j} * \exp \frac{1}{2} \sum_{m=I+1-i}^{j-1} \hat{\sigma}_m^2 (1 + 1/(I - m)).$$

Estymator ten jest obciążony, ponieważ

$$E[C_{i,j} / \hat{C}_{i,j}] = 1 + \sum_{m=I+1-i}^{j-1} O[V[\hat{\sigma}_m^2]].$$

Wariancja przyszłych wypłaconych szkód wynosi:

$$V[C_{i,j}] = \hat{C}_{i,j} [\exp \sum_{m=I+1-i}^{j-1} \{\sigma_m^2 (1 + 1/(I - m)) + O[V[\hat{\sigma}_m^2]]\} - 1],$$

a jej estymator jest postaci:

$$\hat{V}[C_{i,j}] \approx \hat{C}_{i,j} [\exp \sum_{m=I+1-i}^{j-1} \hat{\sigma}_m^2 (1 + 1/(I - m)) - 1].$$

Estymator wartości rezerwy jest postaci:

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^I [\hat{C}_{i,N} - C_{i,I+1-i}].$$

Estymator błędu średniokwadratowego predykcji jest postaci:

$$MSEP[\hat{R}] = \sum_{h,i=1}^I E[C_{h,N} - \hat{C}_{h,N}] [C_{i,N} - \hat{C}_{i,N}]$$

$$MSEP[\hat{R}] = \sum_{h=1}^I \sum_{i=h}^I \hat{C}_{h,N} \hat{C}_{i,N} \left\{ \exp \sum_{m=I+1-i}^I \hat{\sigma}_m^2 (1/(I - m) + \delta_{hi}) - 1 \right\},$$

gdzie $\delta_{hi} = \begin{cases} 1, & \text{dla } h = i \\ 0, & \text{dla } h \neq i \end{cases}$ (delta Kroneckera).

Odchylenie standardowe predykcji wynosi:

$$s.d(R) = \sqrt{MSEP[\hat{R}]}.$$

Załącznik 3. Metodologia kosztu kapitału

W niniejszym opracowaniu koszt kapitału związany z rezerwami na niewypłacone odszkodowania i świadczenie został wyznaczony na podstawie historycznych danych dotyczących wypłaconych odszkodowań i świadczeń według roku zajścia szkody w oparciu o model Macka.

Współczynniki rozwoju szkód ξ_j oszacowano w oparciu o model Macka dla $j=1, \dots, 6$, a dla kolejnych okresów rozwoju (dla $j > 6$) ich wartości ekstrapolowano wykorzystując dopasowaną do oszacowanych współczynników krzywą będącą odwrotnością funkcji potęgowej lub odwrotnością dystrybuanty rozkładu Weibulla. Wartość oczekiwaną przyszłych wypłat według roku zajścia szkody i oraz według roku rozwoju szkody j oszacowano wykorzystując zależność

$$\hat{Y}_{i,j} = \hat{C}_{i,j} - \hat{C}_{i,j-1} = \hat{C}_{i,j-1} \hat{\xi}_{j-1} - \hat{C}_{i,j-1} = \hat{C}_{i,j-1} (\hat{\xi}_{j-1} - 1) = C_{i,I+1-i} \hat{\xi}_{I+1-i} \cdot \dots \cdot \hat{\xi}_{j-2} (\hat{\xi}_{j-1} - 1), j > I + 1 - i$$

gdzie $C_{i,I+1-i} = \sum_{j=1}^{I+1-i} Y_{i,j}$.

Wariancja przyszłych wypłat wynosi $V[Y_{i,j+1} | Y_{i,1}, \dots, Y_{i,j}] = V[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = C_{i,j} \sigma_j^2$, gdzie $C_{i,j}$ oraz σ_j^2 zostały oszacowane w oparciu o model Macka.

Oczekiwana wartość wypłat odszkodowań i świadczeń w roku $k = 2005, 2006, \dots$ wynosi

$$\hat{Y}_k = v_{\text{inf},k} \sum_{i=1998}^{2004} \hat{Y}_{i,k+1-i}$$

gdzie $v_{\text{inf},k}$ to przyjęty czynnik inflacyjny. Ze względu na to, że w przeprowadzonym badaniu wartości odszkodowań i świadczeń wyrażone są w cenach stałych roku 2004 przyjęto, iż czynnik inflacyjny jest równy 0.

Najlepsze oszacowanie zobowiązań na początek roku k wynosi $BEL_k = \sum_{l=k}^{\infty} v_{PV,k} \hat{Y}_l$, gdzie $v_{PV,k}$ to czynnik dyskontujący odpowiadający stopie wolnej od ryzyka oraz $k \geq 2005$. BEL_{2005} jest najlepszym oszacowaniem zobowiązań wykazanych w pasywach zakładu ubezpieczeń, a tym samym i rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia \hat{R} .

Wymagany kapitał zabezpieczający zobowiązania ubezpieczeniowe dla wypłat w roku k został zdefiniowany jako iloczyn najlepszego oszacowania wypłat oraz współczynnika ryzyka dla rezerw $SCR_k = \alpha_{g,m} BEL_k$. Współczynnik ryzyka dla rezerw został zdefiniowany następująco

$$\alpha_{g,m} = \frac{\rho_m(Y_g) - E[Y_g]}{E[Y_g]}$$

gdzie $\rho_m(Y_g)$ to odpowiednia miara ryzyka, Y_g suma przyszłych wypłat ogółem w grupie ubezpieczeń g (Y_g to także wartość najlepszego oszacowania zobowiązań na początek roku 2005 w grupie ubezpieczeń g).³⁰

Za miary ryzyka przyjęto wartość zagrożoną (*Value at Risk – VaR*) oraz wartość oczekiwaną w rozkładzie warunkowym (*conditional tail expectetion – CTE*) rzędu 0,995 dla trzech rozkładów: normalnego (N), lognormalnego (LN) oraz gamma (G), oszacowanych metodą momentów. Estymatory stosowanych miar są postaci:

$$\rho_{N.VaR}(Y) = \hat{Y} + \sigma(Y)\Phi_{0,995}^{-1},$$

$$\rho_{N.CTE}(Y) = \hat{Y} + \sigma(Y) \frac{\phi(\Phi_{0,995}^{-1})}{1-0,995},$$

$$\rho_{LN.VaR}(Y) = \exp \left[\ln \left(\frac{\hat{Y}^2}{\sqrt{\hat{Y}^2 + \sigma^2(Y)}} \right) + \Phi_{0,995}^{-1} \sqrt{\ln \left(1 + \frac{\sigma^2(Y)}{\hat{Y}^2} \right)} \right],$$

$$\rho_{LN.CTE}(Y) = \frac{\Phi(\sigma(Y) - \Phi_{0,995}^{-1})}{1-0,995} \exp \left[\ln \left(\frac{\hat{Y}^2}{\sqrt{\hat{Y}^2 + \sigma^2(Y)}} \right) + 0,5 \ln \left(1 + \frac{\sigma^2(Y)}{\hat{Y}^2} \right) \right],$$

$$\rho_{G.VaR}(Y) = \Gamma_{0,995}^{-1} \left(\frac{\hat{Y}^2}{\sigma^2(Y)}; \frac{\hat{Y}}{\sigma^2(Y)} \right),$$

$$\rho_{G.CTE}(Y) = \frac{\hat{Y}}{1-0,995} \left(1 - \Gamma_{\rho_{G.VaR}(Y)} \left(1 + \frac{\hat{Y}^2}{\sigma^2(Y)}; \frac{\hat{Y}}{\sigma^2(Y)} \right) \right),$$

gdzie

$\hat{Y} = \hat{R}$ - wartość oczekiwana rozkładu przyszłych wypłat, a tym samym i rezerw,

$\sigma(Y) = s.d(R)$ - wartość odchylenia standardowego rozkładu przyszłych wypłat oszacowana w oparciu o model Macka,

$\Phi(x), \phi(x)$ - wartość dystrybuanty oraz funkcji gęstości standardowego rozkładu normalnego w punkcie x ,

$\Gamma_x(\alpha, \beta)$ - wartość dystrybuanty rozkładu gamma o parametrach α i β w punkcie x ,

$\Phi_\alpha^{-1}, \Gamma_\alpha^{-1}$ - wartość funkcji odwrotnej do dystrybuanty rozkładu normalnego i gamma w punkcie α .

Wartość obecna wymaganego kapitału roku k wynosi $PV(SCR_k) = v_{PV,k} SCR_k$.

Wartość obecna kapitału docelowego wynosi zatem

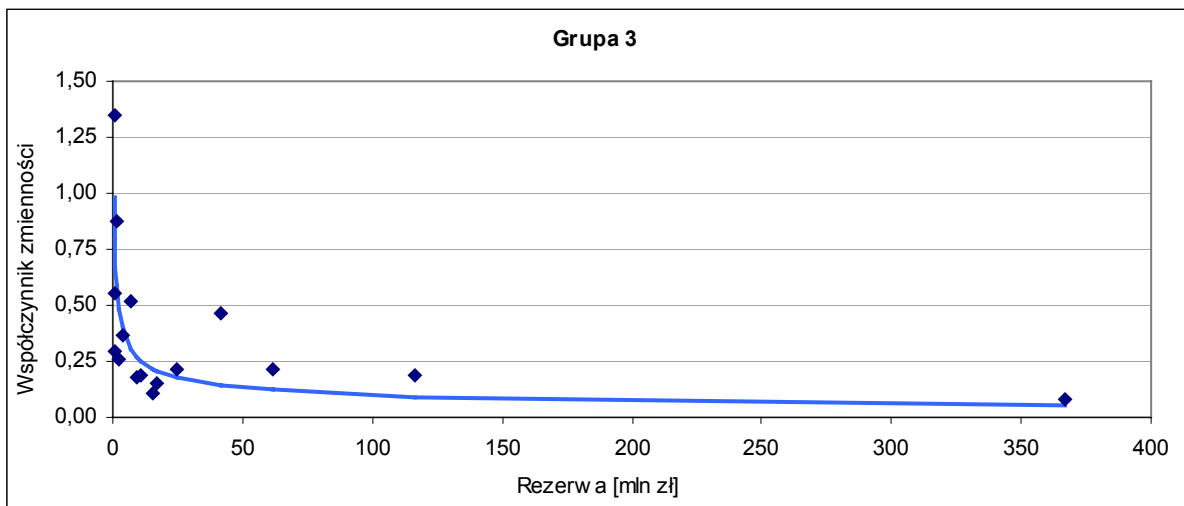
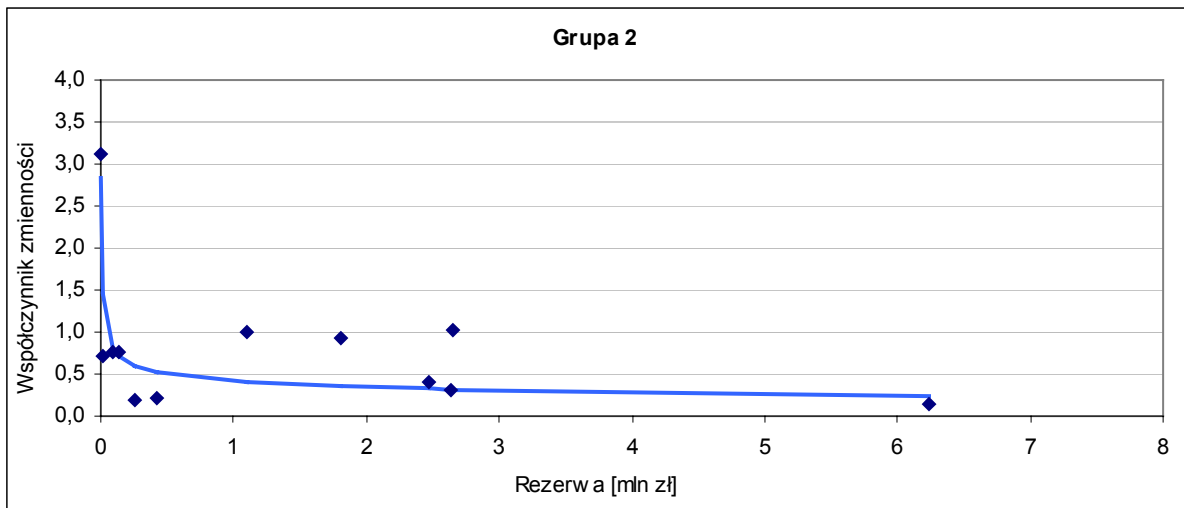
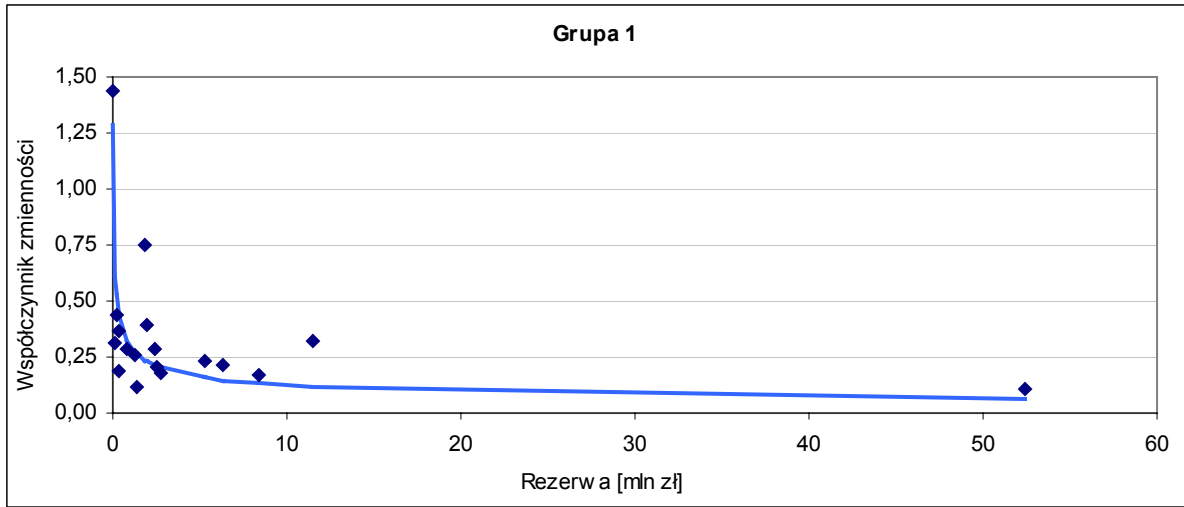
³⁰ Ze względu na dużą zmienność przyszłych wypłat oraz zbliżony charakter ubezpieczeń, współczynnik ryzyka dla rezerw dla grup 4-6 został wyznaczony w oparciu o zagregowaną wartość wypłat w tych grupach. Analogicznie został wyznaczony współczynnik w grupach 11-12 oraz 14-15.

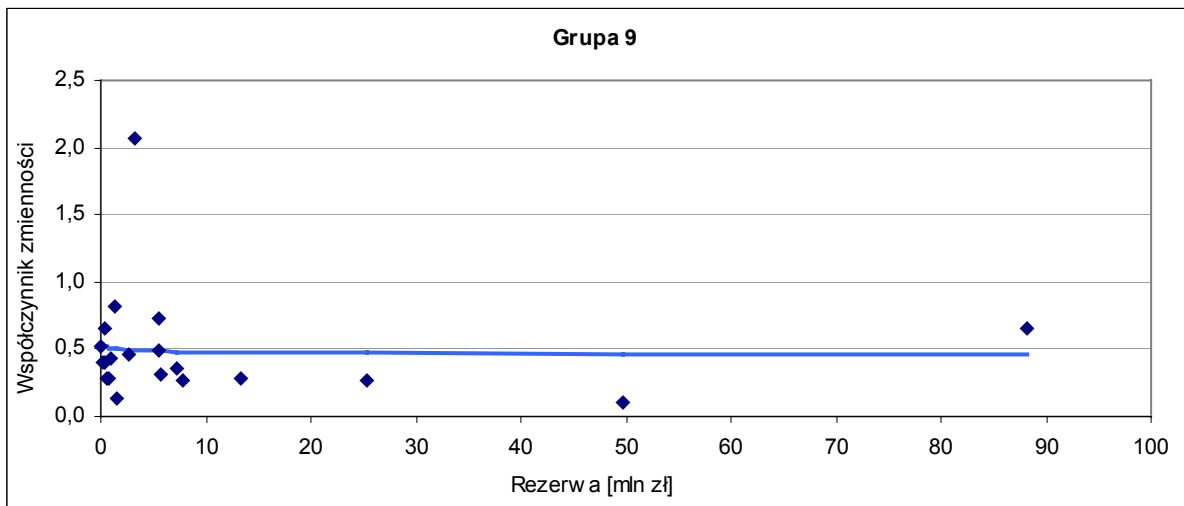
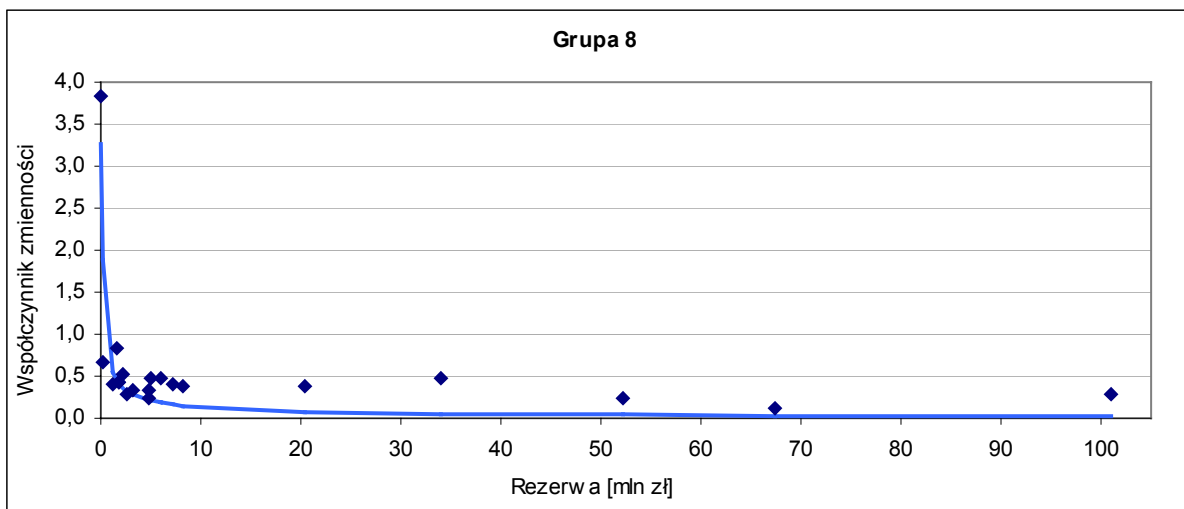
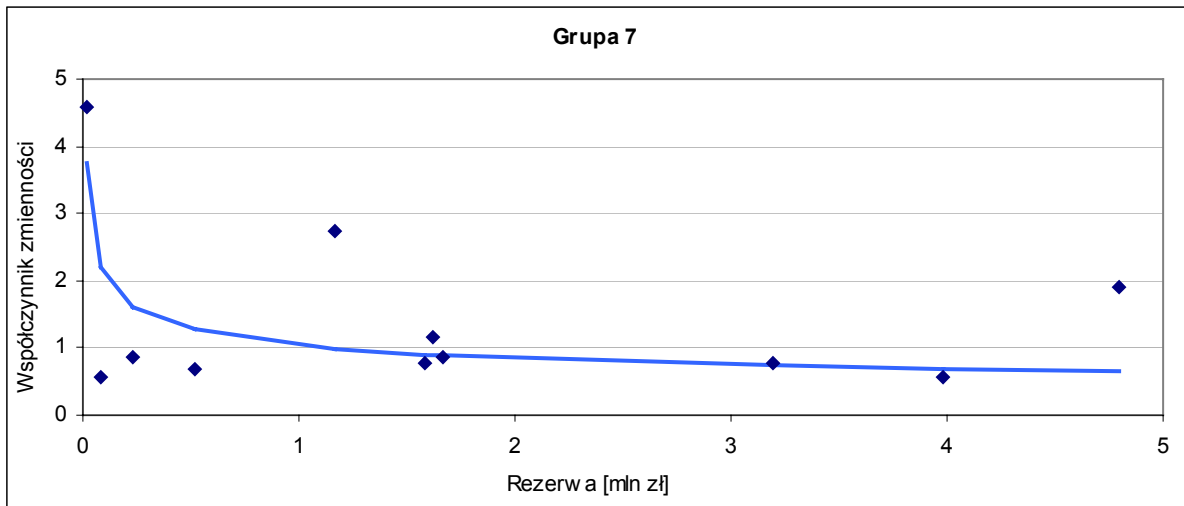
$$PV(SCR) = \sum_{k=2006}^{\infty} PV(SCR_k).$$

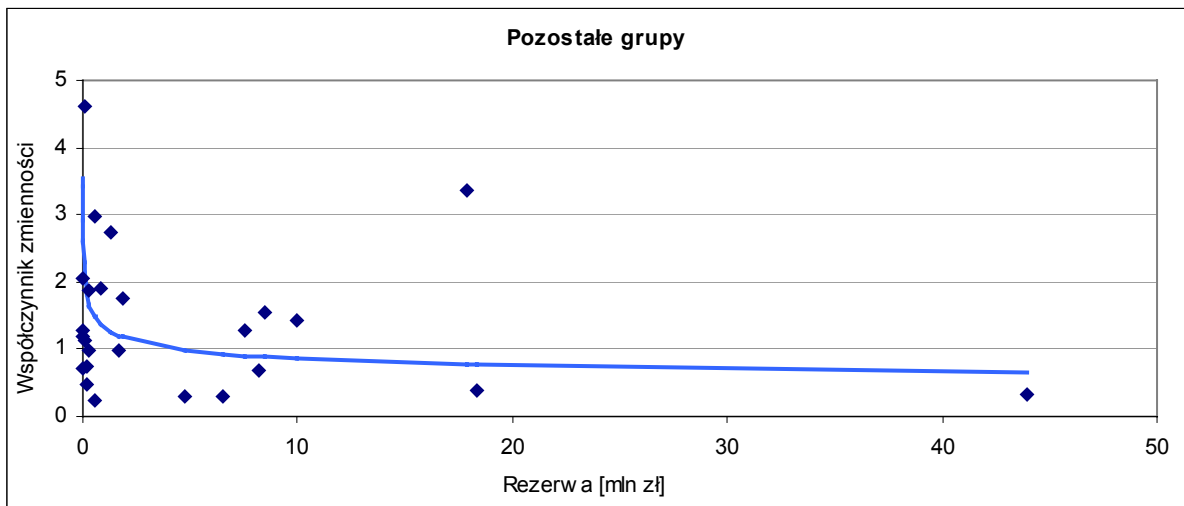
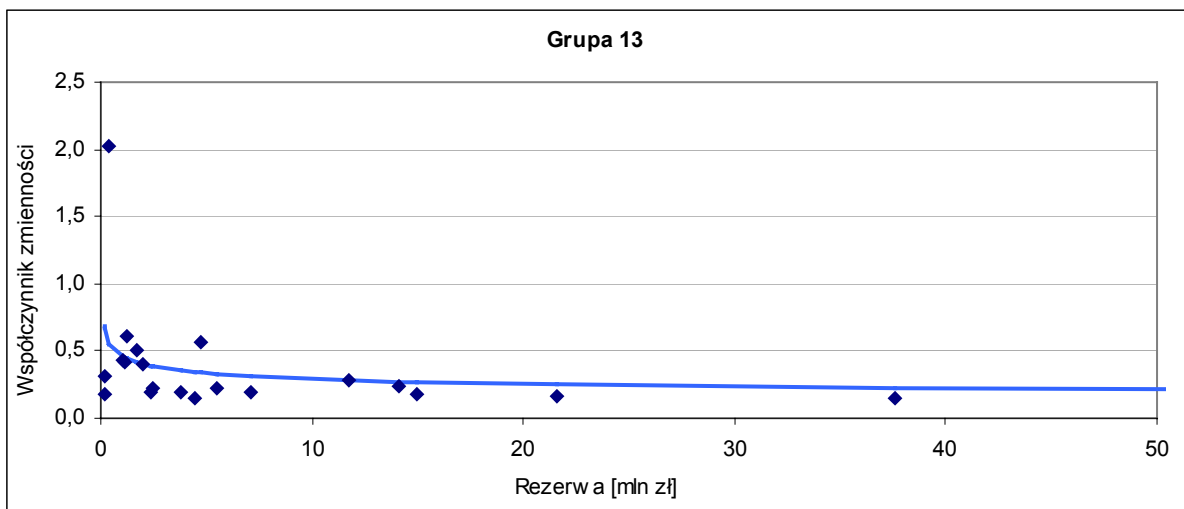
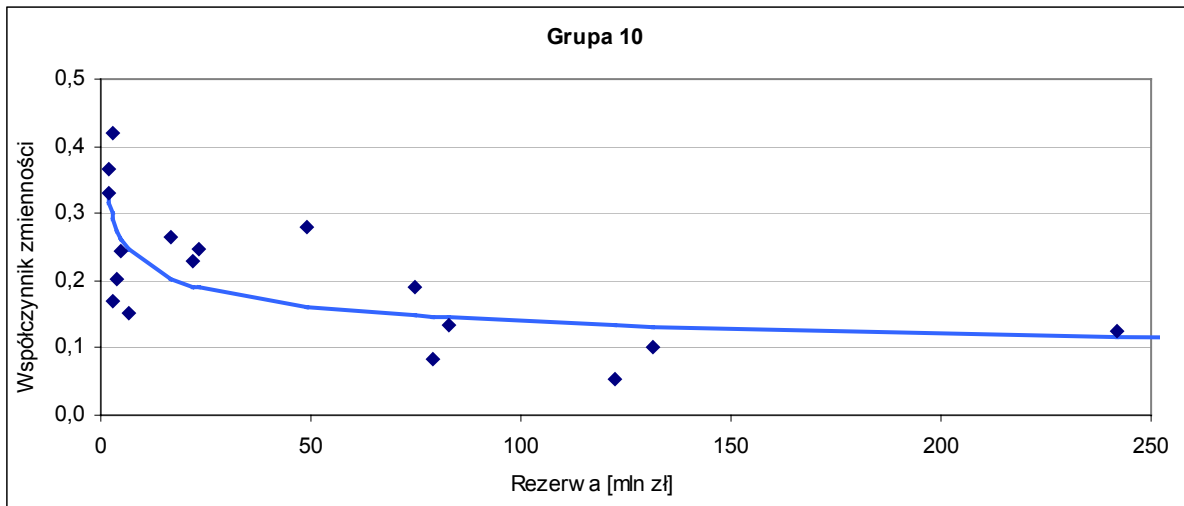
Dla ustalonej stałej w czasie stopy kosztu kapitału $CoC_{6\%}$, narzut bezpieczeństwa dla rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia wynosi $MVM = PV(SCR) \cdot CoC_{6\%}$,

a współczynnik wymaganego narzutu bezpieczeństwa wynosi $CoC.Wsp = \frac{MVM}{\hat{R}}$.

Załącznik 4. Wykresy dopasowania funkcji regresji według grup ubezpieczeń







Załącznik 5. Podział ryzyka według grup i rodzajów ubezpieczeń w dziale II – pozostałe ubezpieczenia osobowe oraz ubezpieczenia majątkowe

1. Ubezpieczenia wypadku, w tym wypadku przy pracy i choroby zawodowej:
 - 1) świadczenia jednorazowe,
 - 2) świadczenia powtarzające się,
 - 3) świadczenia kombinowane,
 - 4) przewóz osób.
2. Ubezpieczenie choroby:
 - 1) świadczenia jednorazowe,
 - 2) świadczenia powtarzające się,
 - 3) świadczenia kombinowane.
3. Ubezpieczenie casco pojazdów lądowych, z wyjątkiem pojazdów szynowych, obejmujące szkody w:
 - 1) pojazdach samochodowych,
 - 2) pojazdach lądowych bez własnego napędu.
4. Ubezpieczenie casco pojazdów szynowych, obejmujące szkody w pojazdach szynowych.
5. Ubezpieczenie casco statków powietrznych, obejmujące szkody w pojazdach powietrznych.
6. Ubezpieczenie żeglugi morskiej i śródlądowej, obejmujące szkody w:
 - 1) statkach żeglugi morskiej,
 - 2) statkach żeglugi śródlądowej.
7. Ubezpieczenie przedmiotów w transporcie, obejmujące szkody na transportowanych przedmiotach, niezależnie od każdorazowo stosowanych środków transportu.
8. Ubezpieczenie szkód spowodowanych żywiołami, obejmujące szkody rzeczowe nie ujęte w grupach 3-7, spowodowane przez:
 - 1) ogień,
 - 2) eksplozję,
 - 3) burzę,
 - 4) inne żywioły,
 - 5) energię jądrową,
 - 6) obsunięcia ziemi lub tąpnięcia.
9. Ubezpieczenie pozostałych szkód rzeczowych (jeżeli nie zostały ujęte w grupie 3, 4, 5, 6 lub 7), wywołanych przez grad lub mróz oraz inne przyczyny (jak np. kradzież), jeżeli przyczyny te nie są ujęte w grupie 8.
10. Ubezpieczenie odpowiedzialności cywilnej wszelkiego rodzaju, wynikającej z posiadania i użytkowania pojazdów lądowych z napędem własnym, łącznie z ubezpieczeniem odpowiedzialności przewoźnika.

11. Ubezpieczenie odpowiedzialności cywilnej wszelkiego rodzaju, wynikającej z posiadania i użytkowania pojazdów powietrznych, łącznie z ubezpieczeniem odpowiedzialności przewoźnika.
12. Ubezpieczenie odpowiedzialności cywilnej za żeglugę morską i śródlądową, wynikającej z posiadania i użytkowania statków żeglugi śródlądowej i statków morskich, łącznie z ubezpieczeniem odpowiedzialności przewoźnika.
13. Ubezpieczenie odpowiedzialności cywilnej (ubezpieczenie odpowiedzialności cywilnej ogólnej) nie ujętej w grupach 10-12.
14. Ubezpieczenie kredytu, w tym:
 - 1) ogólnej niewypłacalności,
 - 2) kredytu eksportowego,
 - 3) spłaty rat,
 - 4) kredytu hipotecznego,
 - 5) kredytu rolniczego.
15. Gwarancja ubezpieczeniowa:
 - 1) bezpośrednia,
 - 2) pośrednia.
16. Ubezpieczenie różnych ryzyk finansowych, w tym:
 - 1) ryzyka zatrudnienia,
 - 2) niewystarczającego dochodu,
 - 3) złych warunków atmosferycznych,
 - 4) utraty zysków,
 - 5) stałych wydatków ogólnych,
 - 6) nieprzewidzianych wydatków handlowych,
 - 7) utraty wartości rynkowej,
 - 8) utraty stałego źródła dochodu,
 - 9) pośrednich strat handlowych poza wyżej wymienionymi,
 - 10) innych strat finansowych.
17. Ubezpieczenie ochrony prawnej.
18. Ubezpieczenie świadczenia pomocy na korzyść osób, które popadły w trudności w czasie podróży lub podczas nieobecności w miejscu zamieszkania.