Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXVII Egzamin dla Aktuariuszy

Sesja egzaminacyjna w dniu 20 listopada 2017r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas trwania egzaminu: 100 minut

Zadanie 1.

W pewnej kohorcie umieralność opisuje funkcja:

$$\mu_x = \frac{\beta}{\theta} \cdot \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1},$$

dla której oszacowano: $\hat{\beta} = \frac{1}{6}$ oraz $\hat{\theta} = 6$.

Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że członek tej kohorty, który urodził się dnia 02.02.1960 dożył dokładnie do dnia 02.04.2017.

(A) 0,070952

(B) 0,011825 przyjmując założenie o jednostajnym rozkładzie trwania życia w ciągu roku.

(C) 0,070952 przyjmując założenie o stałej stopie wyjścia z populacji w ciągu roku.

(D) 0,059127 przyjmując założenie Balducciego.

(E) żadne z powyższych

Zadanie 2.
Dany jest dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie osoby w wieku 65 lat z populacji, której umieralność opisuje prawo de Moivre'a z wiekiem granicznym 105 lat. Ubezpieczyciel wypłaci świadczenie na koniec roku, w którym nastąpiła śmierć ubezpieczonego w wysokości sumy ubezpieczenia S=10 000 powiększonej o bonus. Bonus ma charakter funkcji: $B(n)=(1+q)B(n-1)$, przy czym $B(0)=10\,000$ zaś $q=1\%$. Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, gdy $i=3\%$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 13 987

(B) 13 986

(C) 18 491

(D) 18 492

(E) 5 779

Zadanie 3.
W populacji osób chorujących na pewną chorobę obserwowano czas przeżycia:

Pacjent	Data rozpoznania	Data ostatniej wizyty w poradni	Data zgonu[a]
1	1 I 2000	1 IX 2009	1 I 2010
2	1 I 2000	1 XII 2000	1 I 2001
3	1 I 2002	1 VI 2002	30 VI 2002
4	1 I 2004	1 IV 2006	30 VI 2006
5	1 I 2004	1 I 2005	
6	1 I 2005	30 VI 2005	1 I 2006
7	1 I 2005	1 I 2008	
8	1 I 2005	1 I 2007	

a O ile zgon nastąpił.

Za pomocą estymatora Kaplana-Meiera ocenić prawdopodobieństwo przeżycia 3-letniego.

(A) 0,750

(B) 0,625

(C) 0,417

(D) 0,175

(E) 0,486

Zadanie 4.
Mając tablicę dwuprzyczynową obliczyć prawdopodobieństwo, że osoba w wieku 63 lat umrze z powodu przyczyny (1) przed osiągnięciem wieku 66 lat.

x	l_x	$d_x^{(1)}$	$d_x^{(2)}$
63	1000	100	200
64	700	160	320
65	220	160	60

(A) 0,36

(B) 0,42

(C) 0,46

(D) 0,54

(E) żadne ze wskazanych

Zadanie 5.
Osoba w wieku x lat wykupiła terminowe ubezpieczenie z sumą 1 płatną po 10 latach w przypadku dożycia (Z_1) lub 1 na koniec roku jej śmierci, w przypadku, gdyby zmarła wcześniej (Z_2). Wiadomo, że:
$\mathrm{Var}(Z_1+Z_2)=a$; $v=0{,}95$; ${}_{10}p_x=0{,}9$; $\ddot{a}_{x:\overline{10}|}=b$
Znajdź wariancję w ubezpieczeniu terminowym na życie przy analogicznych warunkach.

(A) $a+0{,}0323b-0{,}4647$

(B) $a-0{,}0323b-0{,}4647$

(C) $a-0{,}0539b-0{,}4647$

(D) $a-0{,}0539b+0{,}4647$

(E) $a+0{,}0539b-0{,}4647$

Zadanie 6.

Ubezpieczyciel oferuje dożywotnie ubezpieczenie rentowe. W ofercie dla 45-latka ubezpieczony ma przez następne 22 lata (lub krócej w przypadku wcześniejszej śmierci) płacić roczną regularną składkę brutto P_{brutto}. Po dożyciu wieku 67 lat ubezpieczony zacząłby otrzymywać coroczną rentę w wysokości 1 zł netto (płatne na początku roku). Jednorazowe koszty akwizycji wynoszą 50 groszy; koszt poboru składki lub wypłaty emerytury wynosi 1% przekazywanej kwoty, roczne koszty obsługi ubezpieczenia, ponoszone każdorazowo na początku roku, przez cały okres ubezpieczenia wynoszą 2 grosze.

Oblicz P_{brutto}, jeśli dane są: $\ddot{a}_{45:\overline{22|}} = 15$; $\quad {}_{22|}\ddot{a}_{45} = 3$

(A) 0,276

(B) 0,279

(C) 0,262

(D) 0,265

(E) 0,270

Zadanie 7.

Dana jest populacja 50 osób w wieku x=0 lat. Dla tej populacji zakłada się, że wiek graniczny będzie wynosił 100 lat, a intensywność umieralności będzie spełniać równość $\mu_{x+t}=\dfrac{1}{100-x-t}$.

Niech zmienna losowa Y oznacza czas oczekiwania do pierwszej śmierci w tej populacji. Obliczyć odchylenie standardowe zmiennej Y.

(A) 0,9611

(B) 0,9803

(C) 3,6968

(D) 1,9227

(E) żadne z powyższych

Zadanie 8.
Rozpatrujemy małżeństwo mężczyzny w wieku 65 lat oraz kobiety w wieku 60 lat. Populacje kobiet i mężczyzn charakteryzuje tempo umieralności zgodne z modelem de Moivre'a, przy czym graniczny wiek dla mężczyzn wynosi 90, zaś dla kobiet 100 lat. Wyznacz wartość oczekiwaną $\min(T_M(65, t), T_K(60, t))$.

(A) 9,896

(B) 9,869

(C) 12,50

(D) 12,33

(E) 20,00

Zadanie 9.
Dla ciągłego typu ubezpieczenia na życie x-latka ze zmienną sumą ubezpieczenia $c(t)$ składka netto ma stała intensywność roczną $\pi(t)$=0,06. Dzieli się ona w stosunku 1:1 na składkę $\pi^{(s)}(t)$ oraz $\pi^{(r)}(t)$. Oblicz wysokość świadczenia $c(10)$ jeżeli $\mu_{x+10}= 0{,}05$, zaś intensywność oprocentowania 0,04.

(A) $0{,}6 + 0{,}75\left(e^{0{,}4} - 1\right)$

(B) $0{,}5 + 0{,}75\left(e^{0{,}4} - 1\right)$

(C) $0{,}03 + 0{,}75\left(e^{0{,}4} - 1\right)$

(D) $0{,}5 + 1{,}5\left(e^{0{,}4} - 1\right)$

(E) $0{,}6 + 1{,}5\left(e^{0{,}4} - 1\right)$

Zadanie 10.
30-letnia osoba zaciągnęła kredyt na 20 lat z roczną ratą a, spłacaną jako renta ciągła (z intensywnością oprocentowania δ). Polisa daje wierzycielowi pozostałą do spłaty część długu w momencie śmierci kredytobiorcy przed upływem 20 lat. Ile wynosi składka jednorazowa przy tym ubezpieczeniu?

(A) $\frac{a}{\delta}\left(A^{1}_{30:\overline{20}|} - v^{20} \cdot {}_{20}p_{30}\right)$

(B) $\frac{a}{\delta}\left(A^{1}_{30:\overline{20}|} - v^{20} \cdot {}_{19}p_{30} \cdot q_{49}\right)$

(C) $\frac{a}{\delta}\left(A^{1}_{30:\overline{20}|} - v^{20} \cdot {}_{20}q_{30}\right)$

(D) $\frac{a}{\delta}\left(A^{1}_{30:\overline{20}|} - v^{20} \cdot {}_{20}p_{30} \cdot \mu_{30+20}\right)$

(E) $\frac{a}{\delta}\left(A_{30:\overline{20}|} - v^{20} \cdot {}_{20}p_{30}\right)$

Egzamin dla Aktuariuszy
Sesja egzaminacyjna w dniu 20 listopada 2017r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	E	
2	A	
3	B	
4	B	
5	D	
6	C	
7	D	
8	A	
9	A	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.