Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXXIX Egzamin dla Aktuariuszy

Sesja egzaminacyjna w dniu 16 października 2023r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: .....

Czas trwania egzaminu: 100 minut

Zadanie 1.

Grupa pięciu osób, ponumerowanych od 1 do 5, pochodzi z populacji o stałym natężeniu śmiertelności $\mu = 0{,}2$. Zakładając, że zmienne losowe czasu zgonu T_i ($i = 1, \ldots, 5$) są niezależne proszę obliczyć prawdopodobieństwo, że osoba o numerze 5 umrze jako pierwsza.

(A) 0,2

(B) 0,0625

(C) $(4/5)^4$

(D) $1 - e^{-0,2}$

(E) $1 - e^{-0,8}$

Zadanie 2.

W modelu ciągłym, bezkosztowym, rozpatrujemy ubezpieczenie bezterminowe, wypłacające z tytułu zgonu stałą sumę ubezpieczenia *SU*. W chwili rezygnacji z ubezpieczenia, osoba ubezpieczona otrzymuje zwrot 90% wpłaconych do czasu rezygnacji składek netto.

Dane są:

natężenie roczne śmiertelności $\mu = 0{,}005$, roczne natężenie oprocentowania $\delta = 0{,}05$ oraz roczna intensywność rezygnacji z ubezpieczenia $\rho = 0{,}11$. Składka netto opłacana jest w formie renty ciągłej, z roczną intensywnością 1200 zł.

Zakładając aktuarialną równość świadczeń i składek proszę podać ile (wyrażona w złotych) wynosi suma ubezpieczenia *SU*?

(A) 96 000

(B) 98 000

(C) 100 000

(D) 102 000

(E) 104 000

Zadanie 3.

Rozpatrujemy dyskretne, *n*-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie wystawione dla (*x*), z sumą ubezpieczenia 120 000 złotych (płatną na koniec roku) oraz roczną składką netto (płatną z góry) w kwocie 4224 złotych. Na koniec roku *k* ubezpieczony dokonuje tak zwanej wypłaty częściowej, to znaczy wypłaca jednorazowo z rezerwy netto pewną kwotę. Po tej wypłacie, przy niezmienionej kwocie składki, nowa suma ubezpieczenia na życie i dożycie wynosi 87 400 złotych.

Wiedząc, iż kontrakt skalkulowany jest z zerową marżą zakładu, proszę podać ile (wyrażona w złotych) wyniosła kwota wypłaty częściowej.

Dane są:

- $A_{x:\overline{n|}}$ = 0,4779; $A_{x+k:\overline{n-k|}}$ = 0,7669
- Stopa techniczna i = 4%.

(A) 21 000

(B) 23 000

(C) 25 000

(D) 27 000

(E) 29 000

Zadanie 4.

Rozpatrujemy model ciągły ubezpieczenia ogólnego typu o stałym rocznym natężeniu oprocentowania δ. Dane są trzy punkty w czasie $0 < t_1 < t_2 < t_3$. Wiadomo, że w przedziale od t_1 do t_3 stosunek składki oszczędnościowej do rezerwy matematycznej netto jest stały ($\pi^s(t)/\ {}_tV = c > 0$). Wiedząc, że ${}_{t1}V$=0,3, ${}_{t2}V$=0,5 oraz ${}_{t3}V$=0,9, proszę obliczyć ile wynosi ${}_{(\frac{t1+t2+t3}{3})}V$?

Proszę podać najbliższą wartość.

(A) 0,343

(B) 0,413

(C) 0,453

(D) 0,513

(E) 0,543

Zadanie 5.

Rozważmy ubezpieczenie bezterminowe, ze stałą składką brutto płatną na początku każdego roku. Suma ubezpieczenia z tytułu zgonu, wynosząca 200 000 zł wypłacana jest na koniec roku w którym nastąpił zgon.
W składce brutto zawarty jest stały narzut na koszty administracyjne ponoszone na początku każdego roku oraz narzut na koszty akwizycji ponoszone na początku umowy ubezpieczenia. Suma kosztów akwizycji oraz administracyjnych poniesionych na początku umowy jest mniejsza o 860 złotych od składki brutto. Zdyskontowane aktuarialnie koszty administracyjne są równe kosztom akwizycji.
Dane są: $v = 96\%$, $A_x = 0{,}2$.

Jaki procent składki brutto stanowi narzut na koszty? Proszę podać najbliższą wartość.

(A) 3,99%

(B) 4,66%

(C) 5,11%

(D) 5,66%

(E) 6,55%

Zadanie 6.

Rozpatrujemy model ciągły, w którym mąż (x) = (60) oraz żona (y) = (60) pochodzą oboje z populacji de'Moivre'a, z wiekiem granicznym ω = 100. Renta małżeńska wypłaca do chwili drugiego zgonu, z roczną intensywnością kwotę netto R, lecz nie krócej niż przez 20 lat.

Zakładając, iż zmienne losowe czasu zgonu męża oraz czasu zgonu żony są niezależne, oraz roczne natężenie oprocentowania δ = 0%, proszę podać jaka jest relacja SJN do R. (Gdzie, SJN – składka jednorazowa netto.)

(A) $SJN = 27\frac{2}{3}R$

(B) $SJN = 28\frac{1}{3}R$

(C) $SJN = 29\frac{1}{3}R$

(D) $SJN = 29\frac{2}{3}R$

(E) $SJN = 30\frac{1}{3}R$

Zadanie 7.

Rozważmy n-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie, wystawione dla (x), z roczną składką regularną płatną z góry w stałej wysokości 18,95 netto. Suma ubezpieczenia na życie i na dożycie wynosi 1000, wypłacana jest na koniec roku. (Umowa skalkulowana została przy założeniu zerowej marży zakładu.)

Dane są następujące wartości:

- $q_{x+n-2} = 0{,}03 \quad q_{x+n-1} = 0{,}033$
- ${}_{n-2}V = 924{,}77$

Ile wynosi stopa techniczna? Proszę podać najbliższą wartość.

(A) 2,0%

(B) 2,5%

(C) 3,0%

(D) 3,5%

(E) 4,0%

Zadanie 8.

W modelu dyskretnym, rozważamy *n*-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dla (*x*), w którym suma ubezpieczenia to 200 000 złotych (płatna jest na koniec roku). Składki brutto płacone są na początku każdego roku w stałej wysokości.
Na początku każdego roku, zakład ponosi koszt administracyjny 20 zł, oraz wypłaca prowizję w wysokości 5% składki brutto. (Inne koszty nie występują.)
Zdyskontowane aktuarialnie na początek umowy zyski wynoszą 723 złote. Dodatkowo, dane są $v = 0{,}96$ oraz $\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 15{,}4377$.
Ile (zł) wynosi składka brutto? Podaj najbliższą odpowiedź.

(A) 3 986

(B) 4 286

(C) 4 686

(D) 4 986

(E) 5 286

Zadanie 9.

Rozpatrujemy dyskretne, n-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie wystawione dla (x), z sumą ubezpieczenia 10 000 złotych, płatną na koniec roku. (Umowa skalkulowana została przy założeniu zerowej marży zakładu.) Dla pewnego k, $(0 < k < n)$ dane są następujące wartości:

- $q_x = 0{,}00266$; $q_{x+k-1} = 0{,}00541$
- ${}_{k-1}V = 1473{,}17$; ${}_{k}V = 1671{,}05$

Wiedząc, że stopa techniczna $i = 3\%$, proszę podać ile wynosi wartość oczekiwana funkcji straty $E[{}_1L]$. Proszę podać najbliższą wartość.

(A) 152,6

(B) 162,6

(C) 172,6

(D) 182,6

(E) 192,6

Zadanie 10.

Rozpatrujemy bezkosztowy model ciągły, w którym $(x) = (60)$ pochodzi z populacji de'Moivre'a, z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Za swój prywatny kapitał emerytalny rozważa zakup renty życiowej. Przyjmując, że natężenie oprocentowania $\delta = 0{,}025$, proszę obliczyć jaką kwotę kapitału musi przeznaczyć na zakup renty ta osoba, aby otrzymać świadczenie rentowe o rocznej intensywności 36 000 złotych.
Proszę podać najbliższą odpowiedź w tysiącach złotych.

(A) 469,75

(B) 479,25

(C) 499,75

(D) 519,25

(E) 529,75

Egzamin dla Aktuariuszy
Sesja egzaminacyjna w dniu 16 października 2023r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : .....

Pesel .....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	A	
2	A	
3	C	
4	D	
5	D	
6	B	
7	A	
8	E	
9	C	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.
♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.