Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXXVII Egzamin dla Aktuariuszy

Sesja egzaminacyjna w dniu 23 stycznia 2023r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas trwania egzaminu: 100 minut

Zadanie 1.

Dla $(x) = (20)$ analizujemy prawdopodobieństwo przeżycia czasu t w dwóch modelach, de'Moivre'a oraz w modelu ze stałym natężeniem śmiertelności. Oznaczmy to prawdopodobieństwo jako ${}_tp_x(dM)$ – dla modelu de'Moiver'a oraz jako ${}_tp_x(CF)$ dla modelu ze stałym natężeniem śmiertelności. Dane są, wiek graniczny dla modelu de'Moiver'a $\omega = 100$ oraz natężenie śmiertelności dla modelu ze stałym natężeniem $\mu = 0{,}013$.

Ile wynosi iloraz ${}_{45}p_x(dM)$ / ${}_{45}p_x(CF)$? Proszę podać najbliższą wartość.

(A) 0,685

(B) 0,785

(C) 0,825

(D) 0,885

(E) 0,925

Zadanie 2.

W modelu ciągłym rozważamy 20 letnie, terminowe ubezpieczenie na życie, z opcją kontynuacji. Założenia do wyceny składki jednorazowej netto są następujące:

- roczna intensywność oprocentowania $\delta = 4\%$.
- natężenie śmiertelności $\mu_t = 0{,}01$ dla $0 \le t \le 20$.

Opcja kontynuacji po zakończeniu 20 letniej ochrony, polega na możliwości zakupu za składkę jednorazową 5 letniego ubezpieczenia terminowego wyznaczoną zgodnie z natężeniem śmiertelności $\mu_t = 0{,}02$ (dla $20 < t \le 25$).

Wiadomo, że opcja kontynuacji podlega zjawisku negatywnej selekcji (tzw. „anty-selekcji"). W tym przypadku zakładamy, że 15% osób posiadających opcję kontynuacji, które dożyły do końca 20 roku umowy, decyduje się na kontynuację i pochodzą one z populacji, dla której $\tilde{\mu}_t = 0{,}06$ (dla $20 < t \le 25$). Pozostałe osoby kontynuujące ochronę pochodzą z populacji, do której stosuje się założenie $\mu_t = 0{,}02$ (dla $20 < t \le 25$).

O ile punktów procentowych składka jednorazowa netto za 20 letnie ubezpieczenie terminowe z opcją kontynuacji jest wyższa od składki jednorazowej netto za ubezpieczenie bez tej opcji? Proszę podać najbliższą wartość.

(A) 5,5%

(B) 6,0%

(C) 6,5%

(D) 7,0%

(E) 7,5%

Zadanie 3.

Rozważmy model ciągły o stałym rocznym natężeniu śmiertelności μ oraz ze stałym rocznym natężeniem oprocentowania δ. Niech Z oznacza zmienną losową wyrażającą wartość obecną na moment $t = 0$ świadczenia z tytułu zgonu wynoszącego 1. Niech V oznacza zmienną losową wyrażającą wartość obecną na moment $t = 0$ renty ciągłej wypłacającej 1 z intensywnością roczną do chwili zgonu.

Wiadomo, że $\left(\sqrt{3}-1\right) \times P(Z < E[Z]) = P(V < E[V])$. Wówczas prawdziwa jest równość:

(A) $\mu = \delta$

(B) $\mu = 2\,\delta$

(C) $\mu = \frac{3}{2}\,\delta$

(D) $\mu = \frac{1}{2}\,\delta$

(E) $\mu = 3\,\delta$

Zadanie 4.

Ubezpieczony (60) pochodzi z populacji de'Moivre'a, z wiekiem granicznym $\omega = 100$. W przypadku zgonu w wieku $60 + t$, uposażeni otrzymają ciągłe świadczenie rentowe, wypłacane z roczną intensywnością 12 000. Renta ta będzie wypłacana przez połowę dalszego oczekiwanego czasu życia osoby w wieku $60+t$, lecz nie krócej niż przez 5 lat.

Roczna intensywność oprocentowania wynosi 2%. Ile wynosi składka jednorazowa netto (*SJN*) za to ubezpieczenie?

Proszę podać najbliższą wartość.

(A) 84 889

(B) 85 889

(C) 86 889

(D) 87 889

(E) 88 889

Zadanie 5.

Rozważmy 15 letnie ubezpieczenie terminowe na życie (50), opłacane rocznymi składkami netto, na początku każdego roku. Suma ubezpieczenia wynosi 170000 złotych. Wiadomo, że śmiertelność odnotowywana na portfelu zakładu ubezpieczeń wynosi 100% śmiertelności zgodnej z modelem de'Moivre'a, z intensywnością zgonów $\mu_t = (50 - t)^{-1}$.

Składka pobierana przez zakład wynosi 150% składki netto za to ubezpieczenie. (Składka netto wyznaczana jest przy założeniu zerowej marży zakładu, tj. aktuarialna wartość świadczenia za zgon równa się z aktuarialną wartością składek netto.)

Zakładając zerowe koszty zakładu, stopę techniczną i = 4%, oraz zakładając, że zyski z inwestycji równe są stopie technicznej, proszę obliczyć aktuarialną wartość obecną zysku technicznego z tej umowy, zdyskontowanego na chwilę t = 0.

Proszę podać najbliższą wartość.

(A) 18 501

(B) 18 601

(C) 18 701

(D) 18 801

(E) 18 901

Zadanie 6.

Niech X będzie zmienną losową oznaczającą wartość obecną (bezterminowej) renty życiowej, płacącej 1 na początku każdego roku, obliczoną przy stopie technicznej i.
Niech X^* będzie zmienną losową oznaczającą wartość obecną tego samego strumienia płatności, zdyskontowanego stopą techniczną $i^* = i \times (2 + i)$.

Dane są realizacje tych zmiennych: $X = 15{,}8568$ oraz $X^* = 11{,}2376$. Proszę podać, ile wynosi realizacja zmiennej $K(x)$? (Z definicji $K(x)$ oznacza liczbę pełnych lat, przeżytych przez (x). Tj., przed zgonem (x) dokonano $K(x) + 1$ płatności z tytułu renty.)

(A) 21

(B) 22

(C) 23

(D) 24

(E) 25

Zadanie 7.

W modelu ciągłym o stałym rocznym natężeniu śmiertelności $\mu = 0{,}01$ oraz rocznym natężeniu oprocentowania $\delta = 0{,}03$ rozważamy ubezpieczenie bezterminowe, ze składką płatną w formie renty ciągłej, z roczną intensywnością P. W razie zgonu ubezpieczonego w chwili $t \leq 2$ wypłacana jest kwota $b_t = t \times P$. Natomiast, w razie zgonu w chwili $t > 2$ wypłacana jest suma ubezpieczenia $b_t = 250\,000$ złotych.

Dla jakiej składki P, rezerwa matematyczna netto ${}_tV$ jest stała dla $t \geq 2$? Proszę podać najbliższą wartość w złotych.

(A) 2 309,5

(B) 2 409,5

(C) 2 509,5

(D) 2 609,5

(E) 2 709,5

Zadanie 8.

Zakładamy, że (x) pochodzi z populacji de'Moivre'a, z wiekiem granicznym ω, oraz zakładamy, że (y) pochodzi z populacji o stałym natężeniu śmiertelności μ. Oczekiwana długość przyszłego życia (y) jest trzy razy większa niż oczekiwana długość przyszłego życia (x). Zakładając, iż zmienne losowe $T(X)$ oraz $T(Y)$ są niezależne, proszę obliczyć prawdopodobieństwo $P[T(X) < T(Y)]$.

Podaj najbliższą odpowiedź.

(A) 0,70

(B) 0,73

(C) 0,76

(D) 0,79

(E) 0,82

Zadanie 9.

Ubezpieczony (40) pochodzi z populacji de'Moivre'a, z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Ubezpieczenie na całe życie wypłaca S w chwili śmierci ubezpieczonego. Składka płacona jest w formie renty ciągłej ze stałą intensywnością roczną P. Roczna intensywność oprocentowania $\delta = \frac{1}{60}$.

W chwili $t = 20$, ubezpieczony zaprzestaje opłacania składek. O ile niższa będzie suma ubezpieczenia w ubezpieczeniu bezskładkowym, ufundowanym z utworzonej rezerwy matematycznej?

Proszę podać najbliższą wartość.

(A) 61,6%

(B) 62,6%

(C) 63,6%

(D) 64,6%

(E) 65,6%

Zadanie 10.

Rozpatrujemy ubezpieczenie na całe życie dla (40). Składka płacona jest rocznie z góry, świadczenie ubezpieczeniowe z tytułu zgonu wypłacane jest na koniec roku w którym zgon nastąpił. Wiemy, że ubezpieczony dożył do końca roku $k \geq 1$.
Dane są następujące wielkości:
$A_{40+k} = 0{,}3118$, $l_{40+k} = 10000$, $l_{62+k} = 6586$, $l_{63+k} = 6331$, $l_{64+k} = 6068$ oraz stopa techniczna $i = 5\%$.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że umowa ta nie wygeneruje straty netto ubezpieczyciela? ($P[{}_kL < {}_kV] = ?$)

Podaj najbliższą odpowiedź.

(A) 0,3414

(B) 0,3669

(C) 0,3932

(D) 0,6331

(E) 0,6586

Egzamin dla Aktuariuszy
Sesja egzaminacyjna w dniu 23 stycznia 2023r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	B	
2	C	
3	D	
4	A	
5	E	
6	C	
7	A	
8	B	
9	C	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.
♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.