

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXIX Egzamin dla Aktuariuszy

Sesja egzaminacyjna w dniu 26 listopada 2018 r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas trwania egzaminu: 100 minut

Zadanie 1.

Dla pewnej populacji znane są następujące wielkości:

$$\mu_{40+u} = 0,02; \mu_{41+u} = 0,04; \mu_{42+u} = 0,07,$$

gdzie $u \in (0; 1)$. Znajdź $\int_0^3 {}_t p_{40} dt$

- (A) $(1 - e^{-0,02}) + (1 - e^{-0,04}) + (1 - e^{-0,07})$
- (B) $50 \cdot (1 - e^{-0,02}) + 25 \cdot (1 - e^{-0,04}) + \frac{100}{7} \cdot (1 - e^{-0,07})$
- (C) $(1 - e^{-0,02}) + e^{-0,02} \cdot (1 - e^{-0,04}) + e^{-0,06} \cdot (1 - e^{-0,07})$
- (D) $50 \cdot (1 - e^{-0,02}) + 50 \cdot 25 \cdot (1 - e^{-0,04}) + 50 \cdot 25 \cdot \frac{100}{7} \cdot (1 - e^{-0,07})$
- (E) żadne z powyższych

Zadanie 2.

Analizujemy ubezpieczenie dla samotnej matki z 3 dziećmi na utrzymaniu. Produkt zakłada wypłatę 1 zł każdej osobie przeżywającej w momencie śmierci jednego z członków tej rodziny (dla uproszczenia przyjmujemy, że jednoczesne śmierci nie są możliwe, a czasy trwania życia poszczególnych członków rodziny to zmienne niezależne). Mama należy do populacji wykładniczej o intensywności umieralności niezależnej od wieku z przeciętnym trwaniem życia 80 lat, zaś dzieci należą do analogicznej populacji wykładniczej z przeciętnym trwaniem życia 90 lat. Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie.

Intensywność oprocentowania wynosi 0,05.

(A) $\frac{4}{13} + \frac{17}{720}$

(B) $\frac{12}{13} + \frac{17}{720}$

(C) $\frac{4}{13} + \frac{19}{720}$

(D) $\frac{12}{13} + \frac{19}{720}$

(E) żadne z powyższych

Zadanie 3.

Zaoferowano mężczyźnie w wieku x lat ubezpieczenie ciągle na życie odroczone o pewną liczbę lat. Ubezpieczony miałby płacić do końca życia ze stałą intensywnością P składkę netto w postaci ciągłej renty (życiowej). W chwili śmierci miałoby zostać wypłacone 1 zł, przy wykluczeniu wypłaty w przypadku śmierci przed upływem m lat. Przyjmujemy, że umieralność mężczyzn tej populacji opisuje stała intensywność μ . Przy intensywności oprocentowania δ intensywność składki oszczędnościowej w momencie przeżycia przez ubezpieczonego kolejnych m lat po przekroczeniu okresu odroczenia wynosi:

(A) $-\frac{\mu\delta}{\mu+\delta}(1 + e^{-2m(\mu+\delta)})$

(B) $-\frac{\mu\delta}{\mu+\delta}(1 + e^{-m(\mu+\delta)})$

(C) $-\frac{\mu\delta}{\mu+\delta}(1 - e^{-2m(\mu+\delta)})$

(D) $-\frac{\mu\delta}{\mu+\delta}(1 - e^{-m(\mu+\delta)})$

(E) żadne z powyższych

Zadanie 4.

Osoba ubezpieczona wystąpiła z wnioskiem o zredukowanie o 50% składki ubezpieczeniowej. Wniosek został złożony po 15 latach od zawarcia umowy, która dotyczyła ubezpieczenia 30-letniego (model ciągły, ubezpieczenie na życie i dożycie, ze składką płaconą przez cały okres ubezpieczenia). Ubezpieczony należy do populacji, dla której przyjmuje się wykładniczy rozkład trwania życia z $\mu_{x+t} = 0,02$. O ile % ubezpieczyciel powinien zredukować sumę ubezpieczenia, jeżeli intensywność oprocentowania wynosi 0,05. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 20
- (B) 22
- (C) 26
- (D) 28
- (E) 32

Zadanie 5.

Stosunek odchyłeń standardowych dla funkcji strat ubezpieczyciela w momencie wystawienia bezterminowej polisy na życie:

I. z regularnymi składkami netto płaconymi w postaci renty życiowej na początku każdego roku aż do śmierci,

II. ze składką jednorazową netto,

wynosi 1,5 przy tej samej wysokości sumy ubezpieczenia w obu przypadkach.

Obliczyć jednorazową składkę netto dla sumy ubezpieczenia 60 000 zł. Wynik podać w zaokrągleniu do pełnych złotych.

(A) 20 000

(B) 26 667

(C) 33 333

(D) 40 000

(E) żadne ze wskazanych

Zadanie 6.

W pewnej kohorcie znane są prawdopodobieństwa zgonu w pełnych ukończonych latach, wynoszące 0,40 dla 69-latka oraz 0,42 dla 70-latka. W jakim dokładnym wieku między 69-tymi a 70-tymi urodzinami nastąpi zrównanie prawdopodobieństwa śmierci w ciągu roku (przy założeniu prawdziwości hipotezy Balducciego) z prawdopodobieństwem przeżycia w ciągu roku (przy założeniu jednostajnego rozkładu zgonów)? Wynik zaokrąglaj do części setnych.

- (A) 66,17
- (B) 69,17
- (C) 69,33
- (D) 70,33
- (E) nie zrównają się

Zadanie 7.

Dla pewnej populacji, zainicjowano plan emerytalny przed 50 laty. W okresie początkowym populacja ta liczyła 60 osób. Plan emerytalny (model ciągły) oferował osobom, które utrzymały aktywny status (dożyły) w wieku 65 lat dożywotnią emeryturę płatną ze stałą roczną intensywnością. Przyjmujemy, że wszystkie osoby przystępujące co roku do tego planu miały 25 lat. W ciągu 50 lat liczba przystępujących do planu rosła ze stałą intensywnością 1% na rok. Jaka jest obecnie intensywność rocznego kosztu normalnego dla wszystkich uczestników planu na 1 zł ich rocznej emerytury?

Intensywność oprocentowania wynosi 0,01, utrzymanie statusu aktywnego przed osiągnięciem wieku 65 lat ${}_t p_{25}^{(\tau)} = 1 - \frac{t}{75}$, zaś $\bar{a}_{65} = 15$.

- (A) $336e^{0,1}$
- (B) $420e^{0,01}$
- (C) $750e^{0,1}$
- (D) $750e^{0,3}$
- (E) żadne z powyższych

Zadanie 8.

Znana jest wartość $\bar{a}_{30} = 10$ przy $\delta = 0,04$. Intensywność umieralności dla tej populacji opisana jest jako $\mu_x = 0,0001x^{1,3}$. Załóżmy, że ubezpieczenie wykupywane byłoby dla osoby w wieku $30 + \frac{1}{12}$. Ilukrotnie zmieni się wówczas składka? Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0,912
- (B) 0,996
- (C) 0,999
- (D) 1,004
- (E) 1,012

Zadanie 9.

Rozpatrujemy małżeństwo mężczyzny w wieku 65 lat oraz kobiety w wieku 65 lat. Populacje kobiet i mężczyzn charakteryzuje tempo umieralności zgodne z modelem de Moivre'a, przy czym graniczny wiek dla mężczyzn wynosi 90, zaś dla kobiet 100 lat. Zakładamy, że $T_M(65, t)$ oraz $T_K(65, t)$ są niezależne. Wartość oczekiwana czasu życia jednego z małżonków po śmierci drugiego, w zaokrągleniu do części setnych wynosi:

- (A) 9,87
- (B) 12,96
- (C) 14,07
- (D) 27,04
- (E) żadne ze wskazanych

Zadanie 10.

Mężczyzna w wieku y przystępuje do ubezpieczenia swojej partnerki w wieku x , polegającego na:

- opłacaniu przez niego pierwsze 20 lat składki w postaci renty życiowej ciągłej ($\mu_{y+t} = 0,015$);
- wypłacaniu przez ubezpieczyciela, po 20 latach, partnerce renty dożywotniej ciągłej z intensywnością 1 zł na rok ($\mu_{x+t} = 0,025$).

Przyjmując, że $T(x)$ oraz $T(y)$ są niezależne, a intensywność oprocentowania wynosi 0,03, wyznacz odchylenie standardowe straty ubezpieczyciela w momencie wystawiania polisy. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 2
- (B) 6
- (C) 8
- (D) 45
- (E) 50

Egzamin dla Aktuariuszy
Sesja egzaminacyjna w dniu 26 listopada 2018 r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko :

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	E	
2	B	
3	D	
4	C	
5	A	
6	E	
7	D	
8	B	
9	C	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.