Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXVI Egzamin dla Aktuariuszy z 12 czerwca 2017 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 12 czerwca 2017 r.

1. Zmiana tablic śmiertelności dana jest przez następującą transformację funkcji intensywności śmiertelności:

$$\widetilde{\mu_x} = c\mu_x + d,$$

dla każdego $x \geq 0$, gdzie $c > 0, d > 0$ są parametrami zmiany. Wiadomo, że

$$s(30) = 0{,}655172; \;\; \tilde{s}(30) = 0{,}542396;$$

$$s(40) = 0{,}54023; \;\; \tilde{s}(40) = 0{,}417943;$$

$$s(55) = 0{,}367816.$$

Oblicz $\tilde{s}(55)$.

Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 0,240 (B) 0,245 (C) 0,250 (D) 0,255
(E) 0,260

2. Rozpatrujemy dyskretny typ 40-letniego ubezpieczenia na życie ze stałą składką roczną płatną przez 20 lat na początku roku. W wariancie pierwszym ubezpieczenie wypłaca 100 000 zł na koniec roku śmierci. W wariancie drugim ubezpieczenie wypłaca 98 970 zł na koniec półrocza śmierci.

Zakładając jednostajny rozkład śmiertelności wewnątrz każdego roku, wyznacz techniczną (roczną) stopę procentową, dla której skalkulowano obydwa warianty ubezpieczenia. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 4,2% (B) 4,4% (C) 4,6% (D) 4,8%
(E) 5,0%

3. Za jednorazową składkę *SJN* osoba w wieku *x* kupuje polisę emerytalną, która zacznie wypłacać rentę życiową z intensywnością 1 na rok w przypadku dożycia przez ubezpieczonego wieku *x*+m; natomiast w przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku *x*+m uposażeni dostaną świadczenie b w chwili śmierci. Kwota b jest tak dobrana, że *SJN* jest uodporniona na infinitezymalne zmiany intensywności śmiertelności typu:

$$\widehat{\mu_x} = \mu_x + \Delta\mu$$

dla każdego $x \geq 0$.

Oblicz b. Dane są:

$$(\bar{I}\bar{a})_x = 194{,}779; \quad (\bar{I}\bar{a})_{x:\overline{m|}} = 172{,}374; \quad \bar{A}^{\ \ 1}_{x:\overline{m|}} = 0{,}0469172,$$

$$m = 43; \ \ \delta = 0{,}05;$$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 1,7 (B) 1,8 (C) 1,9 (D) 2,0
(E) 2,1

4. Rozpatrujemy ciągły model bezterminowego ubezpieczenia na życie, wystawionego na osobę (60) wylosowaną z populacji de Moivre'a z granicznym wiekiem 100 lat. Świadczenie śmiertelne wynosi 10 000 zł. Przez pierwsze 10 lat ubezpieczony płaci składkę ze stałą roczną intensywnością $\bar{P}_1 = 266$ zł, a później dożywotnią składkę ze stałą intensywnością $\bar{P}_2 > \bar{P}_1$. Składki $\bar{P}_1$ oraz $\bar{P}_2$ zostały wyznaczone tak, by po 5 latach umowy oczekiwana strata ubezpieczyciela osiągała wartość zero w ujęciu prospektywnym oraz retrospektywnym. Dla intensywności oprocentowania $\delta = 0{,}05$ oblicz intensywność $\bar{P}_2$ (wskaż najbliższą wartość).
[*Uwaga: Polisie towarzyszy zabezpieczenie majątkowe na okres, w którym występuje oczekiwany zysk ubezpieczyciela*]

(A) 515 (B) 527 (C) 539 (D) 551
(E) 563

5. Rozważamy ciągły model czystego ubezpieczenia *n*-letniego na dożycie, wystawionego na (*x*) i opłacanego przez ciągłą *n*-letnią rentę życiową składek ze stałą intensywnością netto. Dane są

$$\delta = 0{,}04;\ \bar{A}_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} = 0{,}0813613;\ \bar{A}_{x:\overline{n|}} = 0{,}379161;$$

$$V(t_0) = 0{,}303188;\ \mu_{x+t_0} = 0{,}0238095.$$

Oblicz $V'(t_0)$.

Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 0,019 (B) 0,022 (C) 0,025 (D) 0,028
(E) 0,031

6. Rozpatrujemy ubezpieczenie rentowe dyskretnego typu, w którym po n latach płacenia rocznej składki otrzymuje się dożywotnią rentę w rocznej wysokości R. Wszystkie płatności przypadają na początek roku.

Ubezpieczyciel ponosi następujące koszty:

- koszty związane z inkasem składki w wysokości $\beta\%$ składki brutto,
- koszty administracyjne w wysokości 150 zł, ponoszone w okresie płacenia składek, na początku roku,
- koszty administracyjne w wysokości $\gamma\%$ renty R, ponoszone przy wypłacie każdego świadczenia.

Wiadomo, że osoba w wieku x lat będzie płacić za rentę w wysokości R=12 000 zł roczną składkę brutto 4403,50 zł, a analogiczna składka netto wynosi 3572,40 zł. Wzrost renty o kolejny 1000 zł zwiększa roczną składkę brutto o 352,90 zł.

Oblicz współczynnik kosztów administracyjnych γ. Wskaż najbliższą wartość w punktach procentowych.

(A) 4,5% (B) 4,8% (C) 5,1% (D) 5,4%
(E) 5,7%

7. Rozważamy ubezpieczenie ciągłe malejące 40-letnie dla (25), które wypłaci świadczenie $c(t) = 40 - t$ w chwili śmierci, jeśli umrze on w wieku (25+t) oraz $t < 40$.

Składka jest płacona przez cały okres ubezpieczenia w formie renty życiowej ciągłej 40-letniej z odpowiednio dobraną, malejącą liniowo, roczną intensywnością netto $\pi(t) = \left(1 - \frac{t}{40}\right) \cdot \bar{P}$, gdzie $\bar{P}$ jest początkową intensywnością składki.

Ubezpieczony wybrany jest z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$.

Ponadto techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}04$. Oblicz rezerwę składek netto $V(15)$.

Wybierz najbliższą odpowiedź.

(A) 0,7 (B) 0,9 (C) 1,1 (D) 1,3
(E) 1,5

8. Ubezpieczyciel zauważył, że ubezpieczając osoby palące (*P*), może stosować tablice dla osób niepalących (*NP*), skorygowane w następujący sposób:

$$Pr^{(P)}\{K(x) = k\} = Pr^{(NP)}\{K(x) = k\} + \Delta$$

dla $x \geq 30$ oraz $x + k \leq 80$. Wiadomo, że w 25-letnim ubezpieczeniu na życie i dożycie 40-letni niepalący zapłaci jednorazową składkę netto 410 zł za każde 1000 zł sumy ubezpieczenia. Ile zapłaci analogiczna osoba paląca, jeśli $\Delta = 0{,}0032$ oraz w obydwu przypadkach stosowana jest techniczna stopa oprocentowania $i = 0{,}04$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 432 (B) 435 (C) 438 (D) 441
(E) 444

9. Ona (x) jest wzięta z populacji wykładniczej z parametrem $\mu_x = 1/100$. Natomiast on (y) jest wybrany (niezależnie) z populacji wykładniczej z parametrem $\mu_y = 1/70$. Ona przeznaczy na zakup emerytury $SJN_x = 200000$ zł. On natomiast zamierza przeznaczyć na zakup emerytury $SJN_y = 100000$ zł. Każda z tych emerytur wypłaca rentę dożywotnią (nieodroczoną). Niech P_1 oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia, że w przypadku zakupu indywidualnych polis emerytalnych zarówno on jak i ona otrzyma do śmierci świadczenia co najmniej na kwotę wpłaconej składki jednorazowej netto (nominalnie). Jeżeli natomiast zdecydują się za $SJN = 300000$ zł kupić emeryturę małżeńską, która wypłaca do drugiej śmierci ze stałą intensywnością netto, to odpowiednie prawdopodobieństwo (że ubezpieczyciel „odda" w formie świadczeń emerytalnych przynajmniej 300000 zł (nominalnie)) oznaczmy przez P_2.

Oblicz P_2/P_1.

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}03$.

Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 1,60 (B) 1,61 (C) 1,62 (D) 1,63
(E) 1,64

10. Rozpatrujemy ciągły typ otwartego planu emerytalnego. Dopuszczalnym czynnikiem taryfowym jest jedynie wiek, a więc plan oferuje wszystkim osobom w wieku x lat tę samą intensywność dożywotniej emerytury na 1000 zł wpłaconego kapitału. Na podstawie pewnych przesłanek zaoferowano stawkę 71,95 zł osobom w wieku 65 lat. Do planu przystąpiło 220 kobiet ze średnim kapitałem 400 000 zł oraz 180 mężczyzn ze średnią wpłatą 550 000. Kobiety pochodzą z populacji de Moivre'a z granicznym wiekiem 105 lat, a mężczyźni z populacji de Moivre'a z granicznym wiekiem 95 lat. Przyjmując oprocentowanie $\delta = 0{,}02$, policz oczekiwany zysk(+) lub stratę(-) organizatora planu na moment zawarcia kontraktu. Wskaż najbliższą wartość.

(A) -246 000 (B) -122 200 (C) 1 600 (D) 125 400

(E) 249 200

LXXVI Egzamin dla Aktuariuszy z 12 czerwca 2017 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....KLUCZ ODPOWIEDZI.............................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	A	
3	E	
4	E	
5	C	
6	D	
7	A	
8	A	
9	C	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.